



**ĆWICZENIE
1**

**WYZNACZANIE MOMENTU BEZWŁADNOŚCI CIAŁ METODĄ
WAHADŁA FIZYCZNEGO GRAWITACYJNEGO I SPRAWDZANIE
TWIERDZENIA STEINERA**

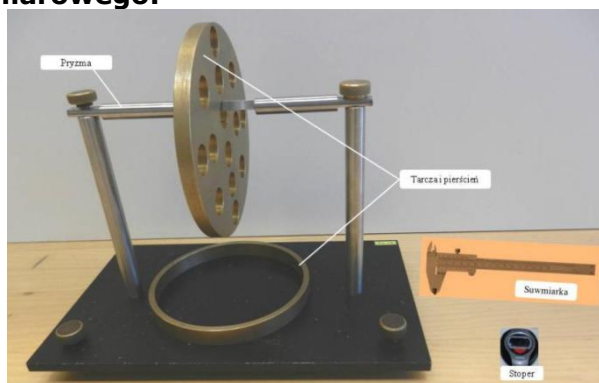
1. Wykaz przyrządów:

- Stojak z metalową pryzmą do zawieszania badanych ciał
- Tarcza metalowa z symetrycznie wyciętymi otworami w różnych odległościach od środka masy tarczy
- Pręt metalowy
- Waga laboratoryjna
- Suwmiarka
- Stoper

2. Cel ćwiczenia:

- Doświadczalne potwierdzenie twierdzenia Steinera
- Doświadczalne wyznaczenie momentu bezwładności różnych brył względem osi środkowych

3. Schemat układu pomiarowego:



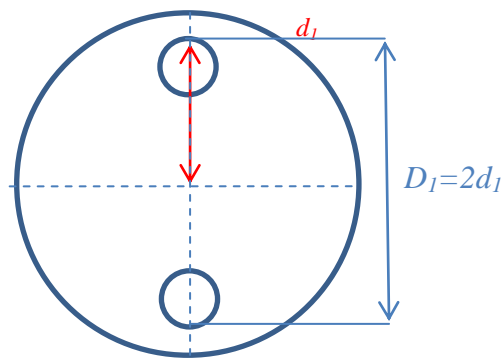
Rys. 1 Stanowisko pomiarowe

4. Przebieg pomiarów:

Prowadzący wskazuje dla których brył należy wykonać pomiary.

Cześć A-tarcza metalowa z otworami:

- a) Określić masę tarczy za pomocą wagi laboratoryjnej
- b) Zmierzyć podwojone odległości D_i pomiędzy osiami obrotu na pryzmie a środkiem masy tarczy (schemat pomiaru zaprezentowany jest poniżej). Jest to pomiar bezpośredni więc należy wykonać go kilkakrotnie (6-7 razy chyba że prowadzący wskaże inaczej) dla każdej z pary otworów.



- Zawiesić tarczę na pryzmie na jednym z wybranych otworów, po czym dokonać pomiaru czasu 100 wahań. Należy pamiętać aby nie wychylać wahadła o kąt większy niż kilka stopni.
- Pomiary czasu wahań powtórzyć 5 razy.
- Punktu 3 i 4 powtórzyć dla pozostałych par otworów w tarczy.

Część B-metalowy pierścień:

- Określić masę m pierścienia za pomocą wagi laboratoryjnej.
- Za pomocą suwmiarki wyznaczyć średnicę d wewnętrzną i zewnętrzną D pierścienia.
- Wyznaczyć czas 100 wahań pierścienia zawieszono na pryzmie; pomiar powtórzyć kilkakrotnie.

Część C-pręt metalowy:

- Określić masę pręta za pomocą wagi laboratoryjnej
- Określić długość pręta l za pomocą suwmiarki (pomiar powtórzyć 6-7 razy)
- Wyznaczyć odległość osi obrotu d_i od środka masy pręta (pomiar powtórzyć 6-7 razy)
- Zmierzyć czas 50 wahań pręta
- Pomiar czasu wahań powtórzyć 5 krotnie.
- Punkty 3 - 5 powtórzyć dla 4 innych odległości d_i osi obrotu od środka masy

5. Opracowanie wyników:

Sposób opracowania wyników wskazuje prowadzący

Wariant I

Część A (tarcza metalowa):

- Na podstawie wielokrotnych pomiarów $D_1, D_2, D_3...$ określić niepewność $u(D_1), u(D_2), u(D_3)...$
- Określić odległość osi obrotu od środka masy $d_i = \frac{D_i}{2}$ oraz jej niepewność $u(d_i) = \frac{1}{2}u(D_i)$
- Na podstawie pomiarów czasu t 100 wahań dla danej osi obrotu obliczyć uśredniony czas \bar{t} 100 wahań oraz jego niepewność $u(\bar{t})$. Czas reakcji człowieka można przyjąć na poziomie 0.5s.
Obliczyć okres drgań wahadła dla poszczególnych osi obrotu $T = \bar{t}/n$ (n - liczba wahań) oraz jego niepewność korzystając z wzoru na niepewność złożoną, niepewność liczby zliczeń przyjąć $u(n)=1$. potwierdzić zależność okresu drgań wahadła od momentu bezwładności.
- Obliczyć moment bezwładności tarczy względem określonej osi obrotu korzystając ze wzoru:

$$I_d = \frac{T^2 m g d}{4\pi^2}$$

i jego niepewność $u(I_d)$. Obliczenia przeprowadzić dla wszystkich odległości d .

- Potwierdzić twierdzenie Steinera, w tym celu należy sprawdzić czy wyrażenie $T^2 g d - 4\pi^2 d^2 = C$ jest stałe dla wszystkich osi obrotu w granicy niepewności pomiarowej
- Obliczyć momenty bezwładności względem środkowej osi obrotu na podstawie wartości współczynnika C oraz określić jego niepewność.

$$I_0 = \frac{m}{4\pi^2} C$$

- Obliczyć moment bezwładności względem środkowej osi obrotu na podstawie twierdzenie Steinera dla poszczególnych osi obrotu oraz określić jego niepewność

$$I_0 = I_d - m d^2$$

- Porównać uzyskane I_0 obliczone przy wykorzystaniu dwóch metod

Część B (pierścień metalowy):

- Obliczyć średni czas t dla 100 wahań i średni okres T oraz ich niepewności.
- Obliczyć moment bezwładności I_d pierścienia względem osi obrotu i jego niepewność.
- Korzystając z twierdzenia Steinera, wyznaczyć moment bezwładności I_0 pierścienia względem osi przechodzącej przez środek masy i jego niepewność.
- Obliczyć moment bezwładności I_0 (tab. $I_{0.st}$) pierścienia względem osi środkowej na podstawie wzoru tablicowego:

$$I_{0.st} = \frac{1}{8} m (d^2 + D^2)$$

oraz obliczyć jego niepewność.

- Porównać wartości momentu bezwładności I_0 obliczone metodą dynamiczną i statyczną.

Część C (pręt metalowy):

- Obliczyć niepewności pomiarowe długości pręta $u(l)$ oraz niepewności odległości $u(d)$ dla poszczególnych osi obrotu od środka masy.
- Na podstawie pomiarów czasu t 50 wahań dla danej osi obrotu obliczyć uśredniony czas \bar{t} 50 wahań oraz jego niepewność $u(\bar{t})$. Czas reakcji człowieka można przyjąć na poziomie 0.5s.
- Obliczyć okres drgań wahadła dla danej osi obrotu $T = \bar{t}/n$ (n – liczba wahań) oraz jego niepewność korzystając z wzoru na niepewność złożoną, niepewność liczby zliczeń przyjąć $u(n)=1$. Potwierdzić zależność okresu drgań wahadła od odległości osi obrotu od środka ciężkości
- Obliczyć moment bezwładności pręta względem określonej osi obrotu i jego niepewność $u_c(I_d)$. Obliczenia przeprowadzić dla wszystkich odległości d .
- Potwierdzić twierdzenie Steinera, w tym celu należy sprawdzić czy wyrażenie $T^2 g d - 4\pi^2 d^2 = C$ jest stałe dla wszystkich osi obrotu w granicy niepewności pomiarowej
- Obliczyć momenty bezwładności względem środkowej osi obrotu na podstawie wartości współczynnika C oraz określić jego niepewność.

$$I_0 = \frac{m}{4\pi^2} C$$

- Obliczyć moment bezwładności względem środkowej osi obrotu na podstawie wyników uzyskanych dla poszczególnych osi obrotu oraz określić jego niepewność

$$I_0 = I_d - m d^2$$

- h) Porównać uzyskane I_0 obliczone przy wykorzystaniu dwóch metod oraz porównać wynik z przewidywaniami teoretycznymi

$$I_{ot} = \frac{1}{12} ml^2$$

Wariant II (tarcza metalowa, pręt metalowy)

- a) W zależności od wybranej bryły wykonać czynności opisane w punktach a-d lub a-c (w części A lub C opracowania wyników).
- b) Sporządzić wykres (punktowy) zależności $T^2 d$ od d^2 wraz z polami niepewności.
- c) Znaleźć równanie prostej najlepszego dopasowania $T^2 d$ od d^2 przy pomocy metody regresji liniowej. Wyznaczyć współczynniki a i b prostej $y = ax + b$ oraz ich niepewność
- d) Na podstawie współczynnika kierunkowego prostej wyznaczyć przyśpieszenie ziemskie $g = \frac{4\pi^2}{a}$ oraz określić jego niepewność. Sprawdzić czy wyznaczone przyśpieszenie ziemskie w granicy niepewności pomiarowej zgadza się z tablicową wartością. $u(a)$ wyznaczyć na podstawie regresji liniowej.
- e) Obliczyć moment bezwładności ciała I_0 względem środka masy układu na podstawie współczynnika b równania dopasowanej prostej, $I_0 = \frac{bmg}{4\pi^2}$, oraz jego niepewność.

6. Proponowane tabele (do zatwierdzenia u prowadzącego)

Tabela 1. Tarcza metalowa z otworami

| Lp. | D_1 | D_2 | ... | t_1 | t_2 | t_3 | ... | n | m |
|-----------|---------------------|---------------------|---------------------|-------|-------|-------|-----|-----|------|
| | $10^{-3}[\text{m}]$ | $10^{-3}[\text{m}]$ | $10^{-3}[\text{m}]$ | [s] | [s] | [s] | [s] | | [kg] |
| 1 | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | |
| \bar{X} | | | | | | | | | |
| $u(X)$ | | | | | | | | | |

| d | $u(d)$ | T | $u_c(T)$ | I_d | $u_c(I_d)$ | I_0 | $u_c(I_0)$ | C | $u_c(C)$ | C_{sr} | $u_c(C_{sr})$ | I_0 | $u_c(I_0)$ |
|---------------------|---------------------|-----|----------|------------------|------------------|------------------|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| $10^{-3}[\text{m}]$ | $10^{-3}[\text{m}]$ | [s] | [s] | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{m}^2]$ | $[\text{m}^2]$ | $[\text{m}^2]$ | $[\text{m}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ |
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |

Tabela 2. Pierścień metalowy

| m | $u(m)$ | n | $u(n)$ | d | $u(d)$ | D | $u(D)$ |
|----------------------|----------------------|-----|--------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $10^{-3}[\text{kg}]$ | $10^{-3}[\text{kg}]$ | | | $10^{-3}[\text{m}]$ | $10^{-3}[\text{m}]$ | $10^{-3}[\text{m}]$ | $10^{-3}[\text{m}]$ |
| | | | | | | | |

| t_i | t_{sr} | $u(t)$ | T | $u_c(T)$ | I_d | $u_c(I_d)$ | I_o | $u_c(I_o)$ | $I_{o,st}$ | $u_c(I_{o,st})$ |
|-------|----------|--------|-----|----------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| [s] | [s] | [s] | [s] | [s] | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |

Tabela 3. Pręt metalowy

$m =$ $u(m) =$ $l =$ $u(l) =$

| d_1 | $u(d_1)$ | t_i | t_{sr} | $u(t)$ | T | $u_c(T)$ | I_d | $u_c(I_d)$ | I_o | $u_c(I_o)$ | $I_{o,st}$ | $u_c(I_{o,st})$ |
|---------------------|---------------------|-------|----------|--------|-----|----------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $10^{-3}[\text{m}]$ | $10^{-3}[\text{m}]$ | [s] | [s] | [s] | [s] | [s] | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ |
| | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | |

| d_1 | $u(d_1)$ | C | $u_c(C)$ | C_{sr} | $u_c(C_{sr})$ | I_o | $u_c(I_o)$ |
|---------------------|---------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| $10^{-3}[\text{m}]$ | $10^{-3}[\text{m}]$ | $[\text{m}^2]$ | $[\text{m}^2]$ | $[\text{m}^2]$ | $[\text{m}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

Wariant II opracowania wyników

| Numer osi | d_i | $u(d_i)$ | T_i | $u(T_i)$ | d_i^2 | $u(d_i^2)$ | T_i^2 | $u(T_i^2)$ | I_o | $u_c(I_o)$ |
|-----------|---------------------|---------------------|-------|----------|-----------------------|-----------------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| | $10^{-3}[\text{m}]$ | $10^{-3}[\text{m}]$ | [s] | [s] | $10^{-3}[\text{m}^2]$ | $10^{-3}[\text{m}^2]$ | $[\text{s}^2]$ | $[\text{s}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ | $[\text{kgm}^2]$ |
| 1 | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | |