



**ĆWICZENIE
10**

**SPRAWDZANIE PRAWA HOOKE'A I WYZNACZANIE
MODUŁU YOUNGA**

Instrukcja wykonawcza

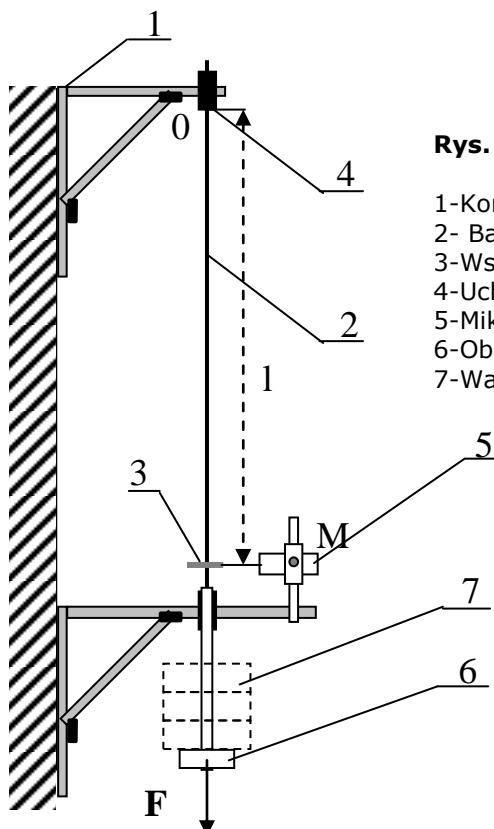
1. Wykaz przyrządów

1. Urządzenie do pomiaru wydłużenia (mocowane na stałe do ściany z mikroskopem pomiarowym i drutem)
2. Przymiar metrowy
3. Śruba mikrometryczna
4. Komplet walców metalowych
5. Waga

2. Cel ćwiczenia

Sprawdzenie prawa Hooke'a oraz wyznaczenie modułu Younga badanego drutu metodą pomiaru wydłużenia.

3. Schemat układu pomiarowego



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego:

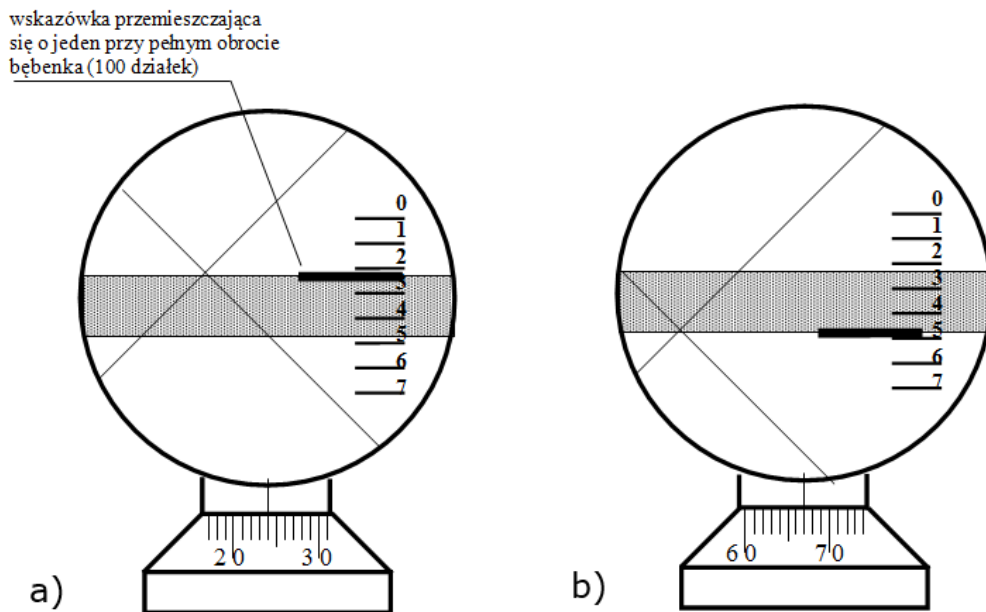
- 1-Konstrukcja mocująca
- 2- Badany drut
- 3-Wskaźnik A
- 4-Uchwyt mocujący drut,
- 5-Mikroskop pomiarowy M,
- 6-Obciążenie stałe (szalka)
- 7-Walce metalowe



Rys.2. Stanowisko pomiarowe

4. Przebieg pomiarów

- 1) Zmierzyć wielkości początkowe badanego drutu:
 - a) 2 - 3 razy długość początkową drutu l_0 między zamocowaniem drutu 0 a wskaźnikiem A przy pomocy przymiaru o dokładności 1 mm;
 - b) kilkakrotnie w kilku miejscach średnicę drutu d przy pomocy śruby mikrometrycznej
- 2) Wycechować mikroskop pomiarowy:
 - a) zmierzyć 3 - 5 razy średnicę a wskaźnika A przy pomocy śruby mikrometrycznej;
 - b) ustawić mikroskop tak, aby ostro widzieć skalę;
 - c) wyregulować jego położenie, aby również ostro zobaczyć obraz wskazówki;
 - d) zmierzyć 3 - 5 razy w działkach średnicę a' wskaźnika A przy pomocy mikroskopu ustawiając krzyż mikroskopu na górną krawędź wskaźnika (położenie a'_g) i dolną krawędź wskaźnika (położenie a'_d), sposób odczytu z mikroskopu przedstawia rys.2.



Rys. 2. Przykład odczytu położenia krzyża odpowiadającego a) górnej krawędzi wskaźnika (odczyt $a'_g = 2,24$), b) dolnej krawędzi wskaźnika (odczyt $a'_d = 4,67$)

- 3) Wykonać pomiary wydłużenia drutu w zależności od przyłożonej siły rozciągającej:
 - a) odczytać początkowe położenie a'_0 wybranej krawędzi wskaźnika A (bez obciążenia);
 - b) zważyć walce metalowe i umieścić je kolejno na szalce, dla każdego obciążenia odczytać kolejno położenia krzyża a'_i dla tej samej, poprzednio wybranej, krawędzi wskaźnika.

Uwaga: kontrolnie można przeprowadzić analogiczny pomiar przy zdejmowaniu ciężarków. W przypadku dużych rozbieżności pomiar powtórzyć.

5. Opracowanie wyników

- 1) Wyznaczyć wartość średnią długości l_0 drutu oraz jej niepewność $u(l_0)$.
- 2) Wyznaczyć wartość średnią średnicy d drutu oraz jej niepewność całkowitą $u(d)$ obliczając odchylenie standardowe wartości średniej i uwzględniając działkę elementarną przyrządu pomiarowego.
- 3) Wyznaczyć wartość średnią średnicy a wskaźnika A oraz jej niepewność $u(a)$ w analogiczny sposób, jak w podpunkcie 2).
- 4) Wyznaczyć wartości średnie położenia krzyża a'_d i a'_g oraz ich niepewności w analogiczny sposób, jak w podpunkcie 2).

Uwaga: dla wszystkich kolejnych odczytów położenia krzyża za wartość niepewności można przyjąć większą z obu wyznaczonych wartości niepewności.

5) Obliczyć wartość działki skali mikroskopu:

$$w = \frac{a}{|a'_d - a'_g|} . \quad (1)$$

6) Wyznaczyć niepewność $u_c(w)$ korzystając ze wzoru na niepewność złożoną dla wielkości nieskorelowanych:

$$u_c(w) = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial a}\right)^2 u^2(a) + \left(\frac{\partial w}{\partial a'_d}\right)^2 u^2(a'_d) + \left(\frac{\partial w}{\partial a'_g}\right)^2 u^2(a'_g)} =$$
$$\sqrt{\frac{u^2(a)}{(a'_d - a'_g)^2} + \frac{a^2 \cdot u^2(a'_d)}{(a'_d - a'_g)^4} + \frac{a^2 \cdot u^2(a'_g)}{(a'_d - a'_g)^4}} . \quad (2)$$

7) Dla każdego obciążenia wyznaczyć wartość naprężenia σ wg wzoru

$$\sigma_i = \frac{F_i}{S} = \frac{m_i g}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} , \quad (3)$$

następnie wyznaczyć odpowiednie niepewności $u_c(\sigma_i)$ korzystając ze wzoru na niepewność złożoną dla wielkości nieskorelowanych.

8) Dla każdego obciążenia wyznaczyć wartość wydłużenia względnego $\frac{\Delta l_i}{l_0}$ wg wzoru

$$\frac{\Delta l_i}{l_0} = w |a'_0 - a'_i| / l_0 , \quad (4)$$

następnie wyznaczyć odpowiednie niepewności $u_c\left(\frac{\Delta l_i}{l_0}\right)$ korzystając ze wzoru na niepewność złożoną dla wielkości nieskorelowanych.

9) Sporządzić wykres $\frac{\Delta l}{l_0} = f(\sigma)$ względnego wydłużenia drutu w funkcji naprężenia. Na wykresie zaznaczyć pola niepewności.

10) Wyznaczyć moduł Younga dla badanego drutu stosując metodę regresji liniowej zauważając, że zgodnie z prawem Hooke'a

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \sigma , \quad (5)$$

współczynnik nachylenia a prostej najlepszego dopasowania jest równy jego odwrotności. Na podstawie niepewności $u(a)$ współczynnika nachylenia linii regresji wyznaczyć niepewność modułu Younga $u_c(E)$.

6. Proponowane tabele (do zatwierdzenia u prowadzącego)

Tabela 1. Wyniki pomiarów oraz obliczeń parametrów układu

| lp. | l_0 [m] | d [10^{-3} m] | a [10^{-3} m] | a'_g [dz] | a'_d [dz] | w [10^{-3} m/dz] |
|------------|-----------|--------------------|--------------------|-------------|-------------|-----------------------|
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 4 | ... | | ... | ... | ... | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | | | | | | |
| \bar{X} | | | | | | |
| ΔX | | | | | | |
| $u(X)$ | | | | | | |
| $u_c(X)$ | | | | | | |

Tabela 2. Wyniki pomiarów oraz obliczeń związanych z obciążaniem drutu

| Ilość ciężarków i | m_i [kg] | $u(m)$ [kg] | σ_i [10^9 Pa] | $u_c(\sigma_i)$ [10^9 Pa] | a'_0 [dz] | a'_i [dz] | $u(a'_0) = u(a'_i)$ [dz] | $\frac{\Delta l}{l_0}$ | $u_c\left(\frac{\Delta l}{l_0}\right)$ | E [10^9 Pa] | $u_c(E)$ [10^9 Pa] |
|---------------------|------------|-------------|-------------------------|------------------------------|-------------|-------------|--------------------------|------------------------|--|------------------|-----------------------|
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| ... | ... | | ... | ... | | ... | | ... | ... | | |
| | | | | | | | | | | | |