Politechnika Wrocławska
Wydział Podstawowych Problemów Techniki
Laboratorium Podstaw Fizyki

ĆWICZENIE 12	WYZNACZANIE MODUŁU SZTYWNOŚCI METODĄ DYNAMICZNĄ

Instrukcja wykonawcza

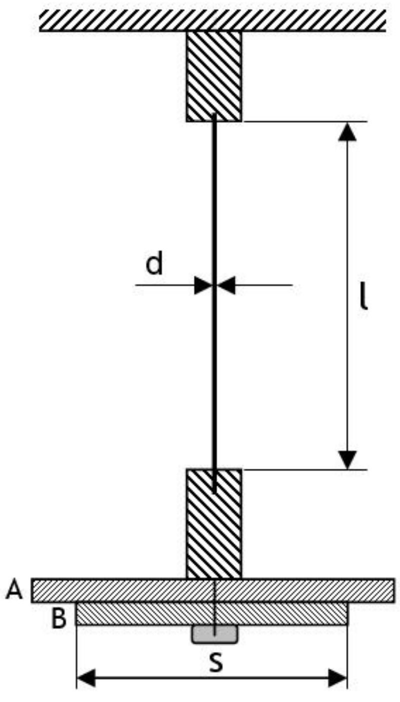
1. Wykaz przyrządów

1. Wahadło torsyjne
2. Przymiar milimetrowy
3. Śruba mikrometryczna
4. Suwmiarka
5. Waga laboratoryjna
6. Stoper

2. Cel ćwiczenia

Wyznaczanie modułu sztywności drutu metodą sprężystych drgań obrotowych.

3. Schemat układu pomiarowego



d – średnica drutu
l – długość drutu
A – tarcza stała układu
B – tarcza dodatkowa
s – średnica tarczy B

Rys. 1. Układ pomiarowy

Rys.2. Stanowisko pomiarowe

4. Przebieg pomiarów

1. Zmierzyć długość drutu l (odległość między punktami zamocowania) za pomocą przymiaru o dokładności 1 mm. Pomiar wykonać kilka razy. W trakcie pomiarów ocenić wartość niepewność ostatecznego wyniku (wartość ta powinna uwzględniać niedokładność przyłożenia miarki z obu stron drutu).
2. Odkręcić dodatkową tarczę B i wyznaczyć jej masę m odnotowując dokładność wskazań użytej wagi.
3. Kilkakrotnie zmierzyć średnicę s dodatkowej tarczy B za pomocą suwmiarki. Zwrócić uwagę na dokładność, z jaką wykonuje się pomiar suwmiarką i wynik zapisać z odpowiednią liczbą cyfr.
4. Zmierzyć dziesięciokrotnie średnicę d drutu na różnej wysokości za pomocą śruby mikrometrycznej.
5. Wprawić nieobciążoną tarczę A (bez tarczy dodatkowej) w ruch drgający obrotowy i wyznaczyć czas t_1 trwania n drgań (ilość n drgań ustala prowadzący). Pomiar czasu powtórzyć kilkakrotnie (również tę ilość ustala prowadzący).
6. Do tarczy A przykręcić dodatkową tarczę B i wykonać analogiczne pomiary czasu t_2 dla n okresów.

5. Opracowanie wyników

1) Wyznaczyć średnią wartość średnicy s tarczy dodatkowej i jej niepewność całkowitą $u(s)$ uwzględniającą działkę elementarną suwmiarki oraz odchylenie standardowe wartości średniej.
2) Wyznaczyć średnią wartość średnicy d drutu i jej niepewność całkowitą $u(d)$.
3) Obliczyć średnią wartość czasu t_1 trwania n drgań tarczy nieobciążonej i wyznaczyć niepewność $u(t_1)$ jako odchylenie standardowe wartości średniej (ewentualnie, w przypadku bardzo małych różnic pomiarów, również uwzględnić dokładność stopera lub czas reakcji człowieka przy włączaniu i wyłączaniu stopera, a zatem wyznaczyć niepewność całkowitą $u(t_1)$).
4) Wykonać obliczenia dla serii pomiarów czasu t_2 – tak, jak w poprzednim podpunkcie.
5) Wyznaczyć moduł sztywności G drutu ze wzoru

$$G = \frac{16 \cdot \pi \cdot m \cdot l \cdot s^2 n^2}{d^4 \cdot (t_2^2 - t_1^2)} \, . \tag{1}$$

6) Wyznaczyć niepewność $u_c(G)$ modułu sztywności korzystając ze wzoru na niepewność złożoną dla wielkości nieskorelowanych (w następnym punkcie podany jest uproszczony sposób obliczenia tej wielkości).

6. Informacje dodatkowe

W celu obliczenia niepewności $u_c(G)$ modułu sztywności można wprowadzić wielkość pomocniczą

$$a = t_2^2 - t_1^2 \tag{2}$$

oraz jej niepewność

$$u_c(a) = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial t_1}\right)^2 u^2(t_1) + \left(\frac{\partial a}{\partial t_2}\right)^2 u^2(t_2)}. \tag{3}$$

Wzór na moduł sztywności G przyjmie postać:

$$G = \frac{16 \cdot \pi \cdot m \cdot l \cdot s^2 n^2}{d^4 \cdot a}. \tag{4}$$

Odpowiednią niepewność standardową należy wyznaczyć ze wzoru

$$u_c(G) = \sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial m}\right)^2 u^2(m) + \left(\frac{\partial G}{\partial l}\right)^2 u^2(l) + \left(\frac{\partial G}{\partial s}\right)^2 u^2(s) + \left(\frac{\partial G}{\partial d}\right)^2 u^2(d) + \left(\frac{\partial G}{\partial a}\right)^2 u_c^2(a)}\ . \tag{5}$$

Pochodne cząstkowe występujące pod pierwiastkiem można zapisać w prostej postaci – np.:

$$\frac{\partial G}{\partial s} = \frac{16 \cdot \pi \cdot m \cdot l \cdot 2 \cdot s \cdot n^2}{d^4 \cdot a} = 2\frac{G}{s}. \tag{6}$$

Ostatecznie niepewność standardowa $u_c(G)$ będzie równa

$$u_c(G) = G\sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(2 \cdot \frac{u(s)}{s}\right)^2 + \left(4 \cdot \frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{u_c(a)}{a}\right)^2}\ . \tag{7}$$

7. Proponowane tabele (do zatwierdzenia u prowadzącego)

,
Tabela 1. Wyniki pomiarów parametrów układu oraz obliczeń

lp.	***m*** [kg]	***l*** [m]	***s*** [m]	***d*** [10^{-3}m]	***n***	***t₂*** [s]	***t₁*** [s]	***G*** [N/m^2]
1								
2								
3								
4								
5								
6		…	…			…	…	
7								
8								
9								
10								
$\bar{X}$								
ΔX								
$u(X)$								
$u_c(X)$								