ĆWICZENIE 36	BADANIE DRGAŃ TŁUMIONYCH WAHADŁA FIZYCZNEGO

Instrukcja wykonawcza

1. Wykaz przyrządów

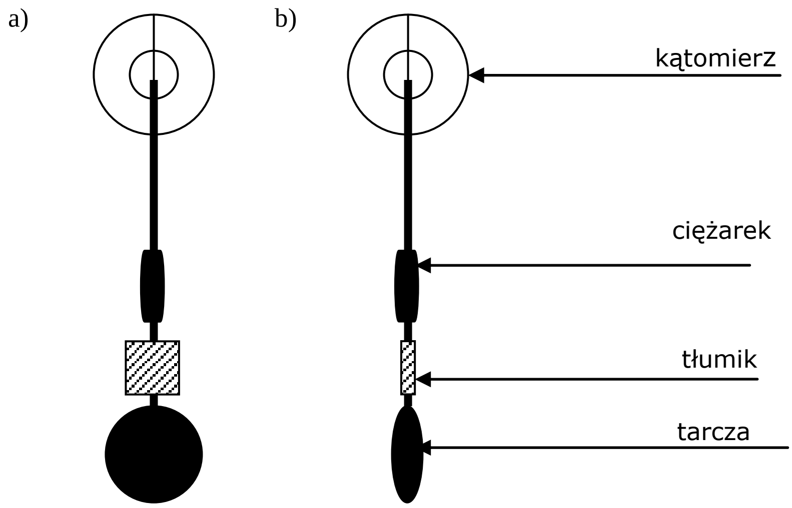
- Wahadło fizyczne (z obciążnikiem i tarczą o regulowanym ustawieniu).
- Tłumik o regulowanym ustawieniu.
- Kątomierz do pomiaru kąta wychylenia wahadła
- Stoper

2. Cel ćwiczenia

Zapoznanie studentów z teorią wahadła fizycznego oraz ze zjawiskiem drgań tłumionych. Wyznaczenie podstawowych parametrów drgań swobodnych i tłumionych: okresu drgań, częstotliwości, częstotliwości kołowej, współczynnika tłumienia i logarytmicznego dekrementu tłumienia

3. Schemat układu pomiarowego

Na rys.1 pokazano układ pomiarowy składający się z wahadła fizycznego, z regulowanymi elementami (obciążnik, tarcza wahadła, tłumik (lub 2-tłumiki)). Układ ten należy skonfigurować tak, jak pokazano na rys.1a (drgania swobodne) lub rys.1.b (drgania tłumione).



Rys. 1. Układ pomiarowy stosowany w ćwiczeniu

4. Przebieg pomiarów

A - Drgania swobodne (lub quasi-swobodne).

4.1 Skonfigurować układ tak, jak pokazano na rys.1a. (Umocować tarczę wahadła oraz tłumik równolegle do ruchu wahadła).

4.2 Zmierzyć czas t trwania N=100 (50) drgań wahadła. Pomiar ten powtórzyć dla różnych amplitud wychylenia w zakresie od 5°(10°) do 50° (krokiem np. co 5° lub 10°).

B – Drgania tłumione

4.3 Skonfigurować układ tak, jak na rys.1b. (Umocować tarczę wahadła oraz tłumik (lub 2-tłumiki) prostopadle do ruchu wahadła).

4.4 Wyprowadzić wahadło z położenia równowagi o kąt α_0 (dla którego amplituda wychylenia wynosi $A_0=\alpha_0$). Można przyjąć $\alpha_0 = 35^\circ$. Wprawiając w ruch wahadło, należy zmierzyć i zanotować czas (t_{35°=0s, t_{25°, t_{15°, t_{5°), po którym wahadło zmniejszy amplitudę drgań z 35° do 25°, do 15° i do 5°. Pomiary w tym punkcie powtórzyć trzykrotnie.

4.5 Pomiary w punkcie 4.4 przeprowadzić dla dwóch różnych tłumień (różne ustawienie tłumika i/lub tarczy).

4.6 Zmierzyć okres drgań tłumionych wahadła, dla ustawień takich samych jak w punkcie 4.4 i 4.5. W tym celu zmierzyć czas trwania np. $N=100$ (50) drgań wahadła.

5. Opracowanie wyników

Część A (Drgania swobodne lub quasi-swobodne)

5.1 Na podstawie pomiarów (pkt 4.2), wyznaczyć dla różnych amplitud drgań α_0: okres drgań wahadła ($T = \frac{t}{N}$), jego częstotliwości drgań ($f = \frac{1}{T}$) oraz częstotliwość kołową ($\omega = 2\pi f$). Określić niepewności wszystkich wyznaczonych wielkości.

5.2 Na podstawie równania:

$$\omega = \omega_0 - c_2 \cdot \omega_0 \cdot \alpha_0^2, \tag{1}$$

wyznaczyć częstotliwość kołową drgań swobodnych ω_0 oraz współczynnik c_2 w tym równaniu. W tym celu wyniki z punktu 4.2 i 5.1 przedstawić na wykresie $\omega = F(\alpha_0^2)$. Jest to równanie prostej typu: $y = ax + b$, gdzie $a = -c_2 \cdot \omega_0$ oraz $b = \omega_0$. Sprawdź, czy otrzymana wartość $c_2 = \frac{1}{16}$?

Część B (Drgania tłumione)

5.3 Wyznaczyć okres drgań tłumionych, ich częstotliwość oraz częstotliwość kołową.

5.4 Dla określonego stałego tłumienia układu uśrednić wyniki wielokrotnych pomiarów w punkcie 4.4 i 4.5. Uwaga: wartości $A(t)$ należy podać w radianach.

5.5 Wyznaczyć współczynnik tłumienia ośrodka β. W tym celu można skorzystać z równania:

$$lnA(t) = \alpha_0 - \beta \cdot t \tag{2}$$

(za $A(t)$ przyjąć uśrednione wyniki otrzymane w punkcie B4). Wykonać wykres zależności: $y = ax + b$, przy czym $y = lnA(t)$, zaś $x=t$. Wyniki pomiarów aproksymować linią prostą. Łatwo zauważyć, że wartość liczbowa współczynnika kierunkowego prostej jest równa wartości liczbowej współczynnika tłumienia ośrodka: $\beta = -a$. Określić niepewność współczynnika β.

5.6 Opracowanie w punkcie 5.5 powtórzyć dla innego tłumienia (tłumień) ośrodka.

5.7 Wyznaczyć logarytmiczny dekrement tłumienia drgań tłumionych ($\Lambda=\beta T$) oraz jego niepewność. Za okres drgań przyjąć T wyznaczone w punkcie 5.3.

6. Wskazówki dotyczące określania niepewności mierzonych i wyznaczanych wielkości

Jako dokładność określenia amplitudy drgań $\Delta\alpha_0$ oraz ΔA można przyjąć dokładność wykonania skali kątomierza. Za niepewność tych wielkości przyjmujemy, zgodnie z definicją: $u(\alpha_0)=\frac{\Delta\alpha_0}{\sqrt{3}}$ oraz $u(A)=\frac{\Delta A}{\sqrt{3}}$. Przy pomiarze czasu całkowita niepewność standardowa wynosi:

$$u(t) = \sqrt{s_{\bar{t}}^2 + s_m^2 + s_e^2}\ , \tag{3}$$

gdzie , $s_{\bar{t}}$ jest niepewnością standardową przy wielokrotnych pomiarach czasu, $s_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}{n(n-1)}}$ (w części A ćwiczenia $s_{\bar{t}} = 0$, bo jednokrotny pomiar, w części B $s_{\bar{t}}$ należy wyliczyć), $s_m = \frac{\Delta t_m}{\sqrt{3}}$ jest niepewnością związaną z dokładnością stopera Δt_m , zaś $s_e = \frac{\Delta t_e}{\sqrt{3}}$ stanowi niepewność eksperymentatora (za Δt_e należy przyjąć łączny czas reakcji wykonującego pomiary - czyli sumaryczny czas włączania i wyłączania stopera, np. 0,2s). Na ogół $\Delta t_e > \Delta t_m$, lub $\Delta t_e \gg \Delta t_m$, wówczas $u(t) \approx \sqrt{s_{\bar{t}}^2 + s_e^2}$.

Niepewności wielkości *T, f, ω, tzn:* $u(T)$, $u(f)$, $u(\omega)$ wyliczamy na podstawie określonej wyżej niepewności $u(t)$ dla pomiaru czasu trwania *N* drgań (*t=N·T*), oraz korzystając z relacji:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi N}{t} \qquad (4)$$

Ponadto należy zwrócić uwagę, że niepewności względne wielkości: ω, *f* ,*T* są sobie równe ($\delta_\omega = \delta_f = \delta_T$). Dodatkowo, jeśli założymy, $\Delta N = 0$ (tzn., że nie pomyliliśmy się w trakcie liczenia okresów drgań), wówczas: $\delta_\omega = \delta_f = \delta_T = \delta_t$, (gdzie $\delta_\omega = \frac{u(\omega)}{\omega}$, $\delta_f = \frac{u(f)}{f}$, $\delta_T = \frac{u(T)}{T}$, $\delta_t = \frac{u(t)}{\bar{t}}$).

Aby wyznaczyć niepewność wielkości Λ (*Λ=βT*) należy wziąć pod uwagę względne niepewności δ_T oraz δ_β ($\delta_\beta = \frac{u(\beta)}{\beta}$, gdzie $u(\beta)$ to niepewność współczynnika tłumienia). δ_β możemy określić na podstawie dokładności współczynnika kierunkowego prostej: $lnA(t) = F(t)$, (punkt 5.5). Wówczas niepewność logarytmicznego dektrementu tłumienia wynosi:

$$u(\Lambda) = \sqrt{\left(\frac{\partial\Lambda}{\partial\beta} \cdot u(\beta)\right)^2 + \left(\frac{\partial\Lambda}{\partial T} \cdot u(T)\right)^2} = \Lambda \cdot \sqrt{(\delta_\beta)^2 + (\delta_T)^2}. \qquad (5)$$

7. Proponowane tabele (do zatwierdzenia u prowadzącego)

Tabela 1. Zależność parametrów drgań wahadła fizycznego od amplitudy drgań. Pomiary dla ***N*=……**drgań.

$\boldsymbol{\alpha_0}$ *[°]*	5	10	…	…	50
$\boldsymbol{\Delta\alpha_0}$ *[°]*					
$\boldsymbol{\alpha_0}$ *[rad]*					
$\boldsymbol{u(\alpha_0)}$ *[rad]*					
t *[s]*					
u(t) *[s]*					
T *[s]*					
u(T) *[s]*					
f *[Hz]*					
u(f) *[Hz]*					
$\boldsymbol{\omega}$ *[rad/s]*					
$\boldsymbol{u(\omega)}$ *[rad/s]*					

Tabela 2. Pomiary drgań tłumionych wahadła fizycznego.

A *[°]*	35	25	15	5
ΔA *[°]*				
A *[rad]*				
$\boldsymbol{u(A)}$ *[rad]*				
$\boldsymbol{t_1}$ *[s]*	0			
$\boldsymbol{t_2}$ *[s]*	0			
…	0			
$\boldsymbol{t_n}$ *[s]*	0			
$\boldsymbol{\bar{t}}$ *[s]*	0			
$\boldsymbol{S_{\bar{t}}}$ *[s]*				
$\boldsymbol{\Delta t_m}$ *[s]*				
$\boldsymbol{\Delta t_e}$ *[s]*				
u(t) *[s]*				