ĆWICZENIE 17	WYZNACZANIE WARTOŚCI PRZYSPIESZENIA ZIEMSKIEGO

Cel ćwiczenia:
- wyznaczenie wartości przyspieszenia ziemskiego na podstawie pomiaru okresu drgań wahadła matematycznego i wahadła fizycznego.

Zagadnienia: przyspieszenie ziemskie, drgania harmoniczne nietłumione, wahadło matematyczne, wahadło fizyczne

1 Wprowadzenie

1.1.Przyspieszenie ziemskie – przyspieszenie grawitacyjne ciał spadających na Ziemię, bez oporów ruchu.

Wartość przyspieszenia ziemskiego nie jest stała; zależy m.in. od położenia punktu na powierzchni Ziemi. Przyczynami tego zjawiska są: a) spłaszczenie kuli ziemskiej, b) ruch obrotowy Ziemi, c) niejednorodność budowy Ziemi.

Ziemia ma w przybliżeniu kształt elipsoidy obrotowej, spłaszczonej od strony biegunów geograficznych. Wskutek tego wartość przyspieszenia ziemskiego zależy od szerokości geograficznej i jest największa na biegunach a najmniejsza na równiku.

Ruch obrotowy Ziemi powoduje powstanie siły dośrodkowej, która zmniejsza ciężar każdego ciała znajdującego się na Ziemi. Zmniejszanie ciężaru ciał jest największe na równiku. Wartość przyspieszenia ziemskiego zmienia się od około 9.78 m/s^2 na równiku do wartości około 9.83 m/s^2 na biegunach.

Lokalne wahania wartości przyspieszenia ziemskiego są wynikiem niejednorodności budowy Ziemi oraz ukształtowaniem powierzchni Ziemi.

1.2.Drgania harmoniczne.

Drganiem harmonicznym nazywamy ruch, w którym siła działająca na drgający obiekt jest wprost proporcjonalna do wychylenia z położenia równowagi i zwrócona w stronę położenia równowagi.

$$F = -kx \qquad (1)$$

W położeniu równowagi ciało ma minimalną energię potencjalną.

Równanie ruchu harmonicznego możemy zapisać w postaci:

$$m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) = -kx \qquad (2)$$

gdzie m – masa drgającego ciała, x-wychylenie z położenia równowagi, k –stała sprężystości

$$k = m\omega^2 \qquad (3)$$

ω - częstość kołowa ruchu harmonicznego

Rozwiązaniem równania (17.2) jest funkcja:

$$x = x_m \cos(\omega t + \phi_0) \qquad (4)$$

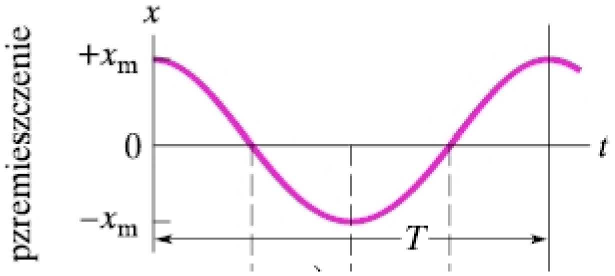
x_m – amplituda, ϕ_0 - faza początkowa.

Z równania (17.3) otrzymujemy

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (5)$$

Stąd okres drgań harmonicznych:

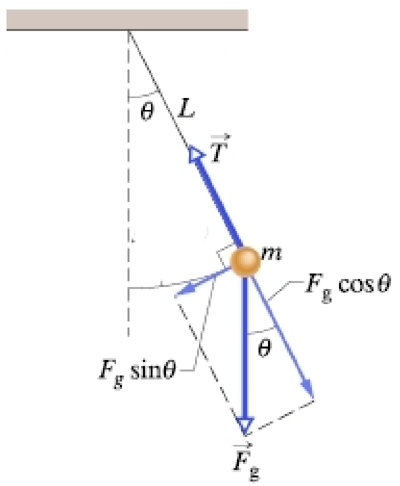
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (6)$$



Rys.1. Wykres zależności położenia od czasu (ϕ_0 = 0), *T* –okres drgań.

1.3. Wahadło matematyczne

Wahadłem matematycznym nazywamy punkt materialny zawieszony na długiej, nierozciągliwej i nieważkiej nici o długości *l.* Jeżeli wahadło matematyczne wychylimy z położenia równowagi o kąt Θ, a następnie puścimy to będzie wahać się pod wpływem składowej siły ciężkości. Siłę ciężkości $\vec{F}_g$ działającą na ten punkt materialny rozkładamy na dwie składowe – radialną $F_g cos\alpha$ i składową styczną do toru $F_g sin\alpha$. Składowa radialna jest zrównoważona przez siłę naciągu nici ($\vec{T}$) natomiast składowa styczna do toru decyduje o ruchu wahadła (rys.1)



Rys.2. Wahadło matematyczne

Dla małych wychyleń $(sin\Theta = \Theta)$ $\Theta = x/l$, gdzie *x* jest wychyleniem z położenia równowagi, siłę *F* można przedstawić w postaci

$$F = -m \cdot g \cdot \frac{x}{l} \qquad (7)$$

gdzie znak minus oznacza, że siła *F* jest skierowana przeciwnie do wychylenia.
Siła jest wprost proporcjonalna do wychylenia i przeciwnie zwrócona, a więc dla niewielkich wychyleń wahadło matematyczne wykonuje ruch drgający.
Porównując siły powodujące ruch wahadła (17.7) z siłą powodującą ruch harmoniczny
$F = -m\omega^2 x$ otrzymujemy

$$\omega^2 \cdot x = g \cdot \frac{x}{l} \qquad (8)$$

Skąd po prostych przekształceniach uzyskamy wzór na okres drgań wahadła matematycznego:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (9)$$

Okres drgań wahadła matematycznego nie zależy od wychylenia wahadła, zależy natomiast od długości wahadła i przyspieszenia ziemskiego

Znając okres drgań wahań *T* dla małych wychyleń i długość wahadła można wykorzystać ten wzór do wyznaczenia przyspieszenia ziemskiego.

1.4. Wahadło fizyczne

Wahadłem fizycznym nazywamy bryłę sztywną wahającą się wokół osi obrotu nie przechodzącej przez jej środek masy. Ruch wahadła jest ruchem obrotowym.

Dla małych drgań wahadła fizycznego wzór na okres drgań ma postać:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \qquad (10)$$

Gdzie: $D= mgd$– moment kierujący wahadła fizycznego, I- moment bezwładności, d – odległość punktu zawieszenia od środka masy. Podobnie jak dla wahadła matematycznego okres drgań wahadła fizycznego nie zależy od wychylenia wahadła z położenia równowagi.

2. Zasada pomiaru i układ pomiarowy

Wartość przyspieszenia ziemskiego można wyznaczyć doświadczalnie przez pomiar okresu drgań wahadła matematycznego oraz wahadła fizycznego.

Mierząc okres drgań wahadła matematycznego *T*, jego długość *l* obliczamy wartość przyspieszenia ziemskiego.

Okres drgań wahadła fizycznego mierzymy po wyprowadzeniu z położenia równowagi bryły sztywnej. Mierząc jego masę *m* pierścienia, jego średnicę wewnętrzną *d* i zewnętrzną *D* wyznaczamy moment pierścienia metalowego względem osi przechodzącej przez środek masy I_0 a następnie moment bezwładności względem osi obrotu I. Znając moment bezwładności pierścienia I, jego masę *m* mierząc okres drgań i odległość punktu zawieszenia od środka masy *d* wyznaczamy przyspieszenie ziemskie.

3. Zadania do wykonania

A) Pomiary:

A.1. Wahadło matematyczne

a) Zmierzyć kilkukrotnie długość wahadła matematycznego *l* przy pomocy przymiaru
b) Wprawić wahadło w ruch wychylając je z położenia równowagi o kąt ok. 8^0.
c) Wyznaczyć czas dla *n=100* wahnięć wahadła. Pomiar czasu powtórzyć kilkukrotnie.
d) Pomiary (pkt. a-c) powtórzyć dla 2 innych długości wahadła.

A.2. Wahadło fizyczne (pierścień metalowy)

a) Określić masę *m* pierścienia za pomocą wagi laboratoryjnej.
b) Za pomocą suwmiarki wyznaczyć średnicę wewnętrzną *(d)* i zewnętrzną *(D)* pierścienia.
c) Wyznaczyć czas 100 wahnięć pierścienia zawieszonego na pryzmie. Pomiar powtórzyć kilkukrotnie.

B) Opracowanie wyników:

B.1. Wahadło matematyczne

a) Obliczyć średnią długość wahadła oraz jej niepewność pomiarową $u(l)$.
b) Wyznaczyć średni czas *t* dla *n* = 100 wahnięć i jego niepewność pomiarową $u(t)$.
c) Obliczyć średni okres drgań *T* = *t/n* oraz jego niepewność $u_c(T)$. Przyjąć $u(n)$= 1.

d) Obliczyć wartość przyspieszenia ziemskiego g (dla każdej długości wahadła *l*) oraz jego niepewność $u_c(g)$.
e) Porównać wartości przyspieszenia ziemskiego g uzyskane dla różnych wartości długości wahadła *l***.** Wyciągnąć wnioski.
f) Wyznaczyć wartość średnią przyspieszenia oraz jego niepewność $u_c(\bar{g})$*.*

B.2. Wahadło fizyczne (pierścień metalowy)

a) Obliczyć moment bezwładności I pierścienia względem osi obrotu na podstawie wzoru:

$$I = I_0 + m\frac{d^2}{4} \tag{12}$$

gdzie I_0 – moment bezwładności pierścienia względem osi przechodzącej przez środek masy

$$I_0 = \frac{1}{8}m(d + D^2) \tag{13}$$

d- średnica wewnętrzna, *D*-średnica wewnętrzna pierścienia i wyznaczyć jego niepewność $u(I)$.

b) Wyznaczyć średni czas *t* dla *n* = 100 wahnięć i jego niepewność pomiarową $u(t)$.
c) Obliczyć średni okres drgań *T* = *t/n* oraz jego niepewność $u_c(T)$. Przyjąć $u(n)$=1
d) Obliczyć wartość przyspieszenia ziemskiego oraz jego niepewność $u_c(g)$.
e) Porównać wartości przyspieszenia ziemskiego uzyskane za pomocą wahadła matematycznego i fizycznego.

4 Pytania:

4.1. Podać równanie drgającego ruchu harmonicznego. Scharakteryzować wielkości opisujące ten ruch.
4.2. Wahadło matematyczne i jego okres drgań.
4.3. Wahadło fizyczne i jego okres drgań.
4.4. Jak zmienia się wartość przyspieszenia ziemskiego w zależności od położenia geograficznego.
4.5. Przedstawić sposób wyznaczania przyspieszenia ziemskiego przy pomocy wahadła matematycznego i fizycznego.