



**ĆWICZENIE
27**

Pomiar przewodności cieplnej i elektrycznej metali

Cel ćwiczenia: wyznaczenia współczynnika przewodzenia ciepła pręta metalowego metodą statyczną, wyznaczenie ciepła właściwego badanych materiałów

Zagadnienia: Przewodnictwo elektryczne i cieplne, prawo Wiedemanna – Franza, Liczba Lorentza, zjawiska transportu ciepła, współczynnik przewodzenia ciepła, ciepło właściwe.

1 Wprowadzenie

Krystaliczne ciało stałe jest tradycyjnym obiektem badań mechaniki kwantowej. Wykorzystując formalizm mechaniki kwantowej wytłumaczono przyczynę istnienia ciał o różnych właściwościach elektrycznych, tj. dielektryków, półprzewodników i metali, wyjaśniono obserwowaną zależność ciepła właściwego i przewodnictwa metali od temperatury, oraz naturę magnetyzmu ciał stałych i rozwiązano zagadkę nadprzewodnictwa. Zjawisko przewodnictwa cieplnego, obok kilku innych termodynamicznych procesów nierównowagowych, zaliczamy do tzw. zjawisk transportu. Zjawisko przewodnictwa cieplnego ma wiele zastosowań zarówno w technice jak i w życiu codziennym. Materiały charakteryzujące się dużym przewodnictwem cieplnym stosowane są między innymi w elektronice jako radiatory, podczas gdy materiały o małym przewodnictwem cieplnym są stosowane jako elementy izolacyjne np. w budownictwie.

1.1. Zjawiska transportu

Podstawowe termodynamiczne parametry stanu tj. temperatura, ciśnienie itp. są ściśle zdefiniowane jedynie w stanie równowagi termodynamicznej. W odniesieniu do stanów nierównowagowych określenie funkcji termodynamicznych może stać się bądź niejednoznaczne, bądź pozbawione sensu fizycznego. Istnieje jednak szeroka klasa zjawisk nierównowagowych, których opis jest stosunkowo prosty, ponieważ nawiązuje do opisu stanów równowagi. Do takich zjawisk należą zjawiska przenoszenia lub transportu, do których zaliczamy: przewodnictwo cieplne i elektryczne, dyfuzję i lepkość.

Przewodnictwo cieplne polega na przekazywaniu energii pomiędzy częściami ciała, których temperatury są różne. Z tym zjawiskiem mamy do czynienia wówczas, gdy wydzieloną część ciała podgrzejemy. Po pewnym czasie dzięki przekazywaniu energii, temperatura całego ciała wyrówna się. Wielkością przenoszoną jest energia wewnętrzna ciała, a zjawisko zachodzi dzięki temu, że w tym ciele występuje gradient temperatury.

Przewodnictwo elektryczne w metalach (metale zawierają swobodne elektrony, niezależne od określonego jądra atomowego, tworzące tzw. gaz elektronowy). Gdy przyłożymy do nich pole elektryczne w metalu płynie prąd elektryczny, w kierunku zgodnym z kierunkiem przyłożonego pola. W stanie równowagi, tj. gdy $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ gęstość prądu jest równa zero, ponieważ na cząstki naładowane nie działają żadne siły zewnętrzne. Wielkością przenoszoną jest ładunek elektryczny, a zjawisko zachodzi dzięki temu, że w metalu tym istnieje gradient potencjału elektrycznego.

Dyfuzja występuje wtedy, gdy w jednym obszarze układu, koncentracja cząstek jest większa niż w innym, cząstki przejdą z obszaru o większej koncentracji do obszaru o mniejszej koncentracji dążąc do wyrównania koncentracji cząsteczek w całym obszarze. Wielkością przenoszoną jest w tym przypadku masa, a zjawisko zachodzi dzięki występowaniu gradientu

Gęstości w tym układzie. Zjawisko dyfuzji łatwo można zaobserwować w gazach (rozchodzenie się zapachów), lub w cieczach (zaparzając herbatę). Dyfuzja występuje również w ciałach stałych, ale mechanizm jej jest bardziej skomplikowany.

W zjawisku tarcia wewnętrznego czyli lepkości powodem stanu nierównowagowego jest różnica prędkości przesuwania się warstw gazu lub cieczy względem siebie (gradient prędkości), a wielkością przenoszoną jest pęd.

Wprawdzie mechanizmy przedstawionych zjawisk są zupełnie różne, to mają wspólne, makroskopowe cechy, co da się wyrazić ogólnym równaniem transportu

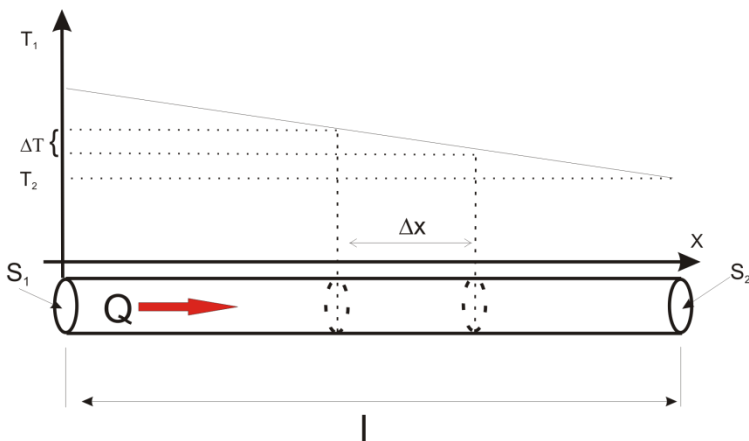
$$\mathbf{j} = -\beta \cdot \text{grad}A \quad (1)$$

gdzie \mathbf{j} jest wektorem gęstości strumienia odpowiedniej wielkości (energii wewnętrznej, ładunku, masy, pędu), β jest współczynnikiem proporcjonalności (przewodności cieplnej lub elektrycznej, dyfuzji, lepkości), zaś A jest, zależną od współrzędnych przestrzennych, wielkością skalarną, której gradient powoduje dane zjawisko (temperaturą, potencjałem, gęstością).

1.2. Przewodzenie ciepła

Najprostszym przykładem przewodzenia ciepła jest jednowymiarowe przewodzenie ciepła w metalowym pręcie. Przewodnictwo cieplne opisane jest prawem Fouriera, które głosi, że ilość przewodzonego ciepła jest proporcjonalna do czasu, spadku temperatury oraz pola przekroju normalnego do kierunku rozchodzenia się ciepła.

Założmy, że temperatura jednorodnego pręta metalowego o długości l zmienia się tylko wzdłuż osi x liniowo (Rys.1). Straty ciepła przez ścianki boczne są pomijane.



Rys.1. Rozkład temperatur wzdłuż pręta jednorodnego rozpatrywanego w warunkach stacjonarnych

Wówczas, ilość ciepła przepływająca przepływającego w jednostce czasu od końca o wyższej temperaturze T_1 do końca o niższej temperaturze T_2 można zapisać

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = KS \frac{\Delta T}{l} \quad (3)$$

Rozważając przepływ ciepła przez odcinek dx jednorodnego pręta, równanie (3) przyjmuje postać

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t S} = K \frac{\Delta T}{\Delta x} = -K \cdot \text{grad}(T) \quad (4)$$

Ostatecznie równie (4) można zapisać

$$\dot{q} = -K\nabla T \quad (5)$$

gdzie: \dot{q} – wektor gęstości strumienia energii przepływającej przez jednostkę powierzchni w jednostce czasu $q = \frac{dQ}{dtS} = \frac{P}{S}$, gdzie P – moc, K – współczynnik przewodzenia ciepła, T – temperatura. Równanie (5) nosi nazwę prawa Fouriera które mówi, że przy stacjonarnym przepływie ciepła strumień ciepła przepływający w jednostce czasu przez jednostkę powierzchni jest proporcjonalny do gradientu temperatury, a współczynnikiem proporcjonalności jest współczynnik przewodnictwa cieplnego materiału K , w którym ten przepływ zachodzi. Współczynnik przewodności cieplnej K jest zdefiniowany następująco:

$$K = \frac{Pl}{\nabla TS} \left[\frac{W}{mK} = \frac{J}{mKs} \right] \quad (7)$$

1.3. Mechanizm przewodzenia ciepła w ciałach stałych

Jednym z fundamentalnych rezultatów kwantowej fizyki ciała stałego jest wniosek, że struktura energetyczna kryształu, przy niezbyt wysokich temperaturach, jest podobna do struktury energetycznej gazu nieoddziałujących obiektów kwantowych zwanych quasi-cząstkami (fononami). Znaczący to, że energia ciała stałego jest sumą energii poszczególnych kwazicząstek, odpowiadających ruchom elementarnym kryształu. Te ruchy elementarne nie są jednak ruchem pojedynczej cząstki. Z reguły w tym, co będziemy nazywać ruchem elementarnym (kwazicząstką) biorą udział wszystkie atomy kryształu.

Atomy kryształu zajmują w różnych jego komórkach identyczne położenia i mają identyczne otoczenia. Atomy te można porównać do obwodów drgających nastrojonych na tę samą częstość i zdolnych do wzajemnego rezonansu. Dowolne wzbudzenie jednego z atomów powoduje analogiczne wzbudzenie w atomach sąsiednich (kryształ jest ośrodkiem sprężystym). Tak więc wzbudzenie nie utrzymuje się w danym miejscu, lecz w postaci fali rozchodzi się po całym kryształ. Zgodnie z prawami mechaniki kwantowej ruch związany z tymi falami powstaje i może być przekazywany wyłącznie w postaci określonych porcji energii (kwantu) fali sprężystej nazywanej fononem.

Stan kryształu zmienia się wraz ze zmianą jego temperatury. Zaczniemy od temperatury zera bezwzględnego. Z punktu widzenia fizyki klasycznej przy $T=0$ K ustaje wszelki ruch. Atomy i jony powinny zastygać w swych położeniach równowagi. Mechanika kwantowa obala ten wniosek jako niezgodny z *zasadą nieoznaczoności Heisenberga*. Ruch trwa nawet w temperaturze zera bezwzględnego. Nosi on nazwę drgań zerowych. Podwyższenie temperatury oznacza zwiększenie energii ruchu atomów. W ciele stałym ruch dowolnej cząstki wywiera wpływ na jej sąsiadów, a więc w ciele stałym możliwe są tylko kolektywne ruchy cząstek. Fonony można traktować jako dość niezwykły gaz, w którym wzrostowi temperatury towarzyszy wzrost liczby fononów. Gdy temperatura jest niska, fononów jest mało, dlatego zderzenia między nimi występują rzadko. Energia ruchu drgających atomów kryształu jest równa sumie energii fononów. Własności gazu fononów określają pojemność cieplną kryształów i ich przewodnictwo cieplne, i są odpowiedzialne za rozproszenie ruchu elektronów w metalach, tj. są jednym ze źródeł oporu elektrycznego.

Potraktujmy kryształ jak zbiornik zawierający gaz fononów. Przypuśćmy, że na jednym z końców ciała stałego podtrzymywana jest temperatura T_1 , a na drugim T_2 , przy czym $T_1 > T_2$. Oznacza to, że na jednym z tych końców (o temperaturze T_1) koncentracja fononów jest mniejsza niż na drugim (T_2). Fonony będą "przepływać" z końca o temperaturze wyższej do chłodniejszego, dążąc do wyrównania koncentracji w całej objętości. Przemieszczając się w ciele stałym fonony przenoszą energię. Tak więc przenoszenie kolektywnych drgań sieci w kryształ ma wkład do zjawiska przewodnictwa cieplnego. Z reguły, przewodnictwo cieplne metali jest większe od

przewodnictwa cieplnego dielektryków. W metalach duży udział w przewodnictwie cieplnym ma gaz elektronów swobodnych, którego istnienie odróżnia metale od innych ciał stałych. W metalu elektrony walencyjne nie są zlokalizowane, żaden z nich nie jest związany z określonym jądrem atomowym, lecz poruszają się w całym metalu. Elektrony swobodne w procesie zderzeń przekazują energię wnosząc wkład do przewodnictwa cieplnego. Strumień ciepła przenoszony przez fonony w metalach jest stosunkowo niewielki, ponieważ fonony bardzo często zderzają się z elektronami. W niskich temperaturach przewodność cieplna rośnie wraz z temperaturą, gdyż wzrasta liczba fononów. Po osiągnięciu maksimum przewodność cieplna maleje ze względu na rozpraszanie fononów na defektach struktury oraz fononach.

1.4. Równanie Wiedemanna - Franza

Metale są dobrymi przewodnikami zarówno ciepła jak i prądu. Istnieje dość szeroki zakres temperatur, w którym elektrony są odpowiedzialne nie tylko za przewodnictwo elektryczne, ale również za transport energii wewnętrznej. Prawo transportu ładunku (prawo Ohma) można zapisać w postaci

$$\mathbf{j} = -\sigma \nabla V \quad (7)$$

gdzie \mathbf{j} jest wektorem gęstości strumienia ładunków (gęstość prądu), V - potencjałem elektrycznym, zaś współczynnik σ nosi nazwę przewodności elektrycznej właściwej.

Dla jednorodnego pręta przewodzącego prąd elektryczny prawo Ohma można zapisać w postaci

$$V = IR = I \frac{l}{\sigma S} \quad (8)$$

gdzie $R = \frac{l}{\sigma S} = \frac{\rho l}{S}$, $\frac{1}{\sigma} = \rho$ (oporność właściwa)

U oznacza różnicę potencjałów między końcami pręta, I - natężenie prądu, R - opór elektryczny, l , S - długość i powierzchnię przekroju poprzecznego pręta, σ - przewodność właściwą.

Przyczyną przepływu ładunków elektrycznych jest różnica potencjałów V , natomiast wielkość skutku, tj. natężenie prądu, zależy od parametrów geometrycznych (S , l) oraz stałej materiałowej σ .

Istnieje prosty związek pomiędzy współczynnikiem przewodzenia ciepła K a przewodnością właściwą σ , który jako pierwszy wyznaczyli doświadczalnie E. Wiedemann i W. Franz

$$\frac{K}{\sigma} = LT \quad (9)$$

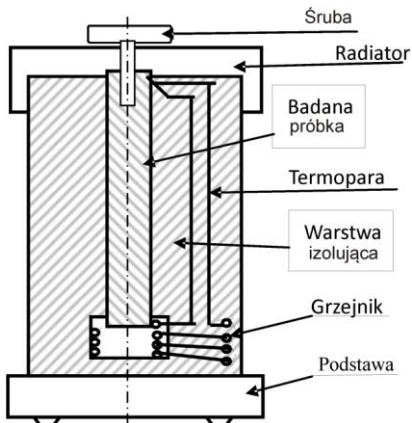
gdzie T oznacza temperaturę bezwzględną, L zaś jest współczynnikiem proporcjonalności, nazwanym liczbą Lorentza. Równanie (9) nosi nazwę prawa Wiedemanna-Franza. Stosując kwantową statystykę Fermiego-Diraca obliczono liczbę Lorentza.

$$L = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 \quad (10)$$

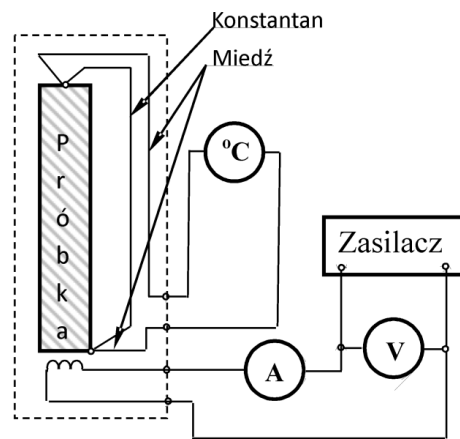
gdzie: e - ładunek elektronu, k_B - stała Boltzmanna. Prawo Wiedemanna-Franza jest spełniane przez większość metali w temperaturach pokojowych. W niskich temperaturach odstępstwa od niego są bardzo duże, ale jak wcześniej podano, w tych temperaturach w przewodnictwie cieplnym zaczyna odgrywać dominującą rolę mechanizm fononowy.

2. Zasada pomiaru i układ pomiarowy

Schemat układu do pomiaru przewodności cieplnej przedstawia rys. 2 i rys.3. Badany pręt umieszcza się w komorze pomiarowej wewnątrz izolującej warstwy między grzejnikiem (na dole cylindra) i miedzianym radiatorem dociskającym pręt do grzejnika. Różnicę temperatur między końcami pręta mierzymy za pomocą termopary miedź – konstantan podłączonej do elektronicznego miernika temperatury. Grzanie pręta realizowane jest za pomocą zasilacza podłączonego do grzejnika. Pomiar napięcia i natężenia dokonuje się za pomocą amperomierza i woltomierza.



Rys.2 Schemat komory pomiarowej



Rys.3. Schemat aparatury

3. Zadania do wykonania

A) Pomiary:

Dla pręta (prętów) wskazanego przez pr owadzającego ćwiczenia za pomocą suwmiarki zmierzyć wymiary geometryczne tj. długość i średnicę. Wykonać pomiar zależności różnicy temperatur między końcami pręta od czasu, przy ustalonej mocy prądu elektrycznego płynącego przez grzejnik.

B) Opracowanie wyników:

- 1). Przedstawić graficznie zależność różnicy temperatur końców pręta od czasu.
- 2). Przedstawić na wykresie zależność $\ln[(\Delta T - \Delta T(t))/\Delta T]$ w funkcji czasu t , gdzie: $\Delta T(t)$ – różnica temperatur między końcem „ciepłym” a „zimnym” pręta w chwili pomiaru, ΔT – różnica temperatur w stanie ustalonym.
- 2). Metodą regresji liniowej przeprowadzić prostą przez punkty doświadczalne i odczytać z wykresu „cieplną” stałą czasową τ_c (czas, po którym wartość logarytmu $\ln[(\Delta T - \Delta T(t))/\Delta T]$ spadnie o 1); punkty odbiegające od prostej na początku i końcu wykresu należy pominąć.
- 3). Obliczyć współczynnik przewodzenia ciepła K na podstawie mocy P doprowadzonej do grzejnika i uzyskanej, różnicy temperatur ΔT w stanie stacjonarnym $K = \frac{Pl}{\Delta TS}$, gdzie P - moc doprowadzona do grzejnika $P=UI$, l - długość pręta, S - pole przekroju.
- 4). Obliczyć ciepło właściwe badanego materiału $C_w = \frac{\pi^2 P \tau_c}{4l \rho \Delta TS}$.
- 5). Przeprowadzić analizę niepewności pomiarowych oraz dyskusję wyników.

4. Pytania:

- Scharakteryzować zjawiska transportu.
- Omówić mechanizm przewodzenia ciepła w metalach.
- Zdefiniować współczynnik przewodności cieplnej i podać jednostkę.
- Zapisać prawo Wiedemanna- Franza.