ĆWICZENIE 32	WYZNACZENIE STAŁEJ STEFANA - BOLTZMANNA

Cel ćwiczenia: Wyznaczenie stałej Stefana-Boltzmanna metodami jednakowej temperatury i jednakowej mocy.

Zagadnienia: ciało doskonale czarne, zdolność emisyjna, widmowy współczynnik absorpcji, prawa rządzące promieniowaniem ciała doskonale czarnego.

1. Wprowadzenie

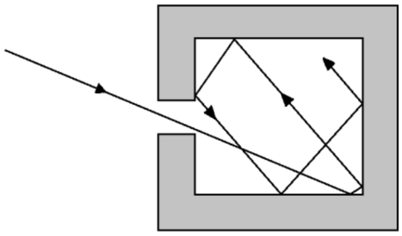
Promieniowanie cieplne (termiczne) to promieniowanie elektromagnetyczne emitowane przez cząstki w wyniku ich ruchu termicznego w materii. Promieniowanie cieplne jest emitowane przez każdą materię o temperaturze wyższej od zera bezwzględnego ($T > 0\ K$). Dzięki promieniowaniu cieplnemu każda materia jest zdolna do wymiany energii z otoczeniem. Z doświadczenia wiadomo że materia ogrzana do wystarczająco wysokiej temperatury zaczyna emitować promieniowanie widzialne. Stąd widoczny jest prosty związek między długością fali/częstotliwością promieniowania a jego temperaturą. Ciała o wysokiej temperaturze np. Słońce lub włókno żarówki wysyłają promieniowanie w zakresie widzialnym, ultrafioletowym, natomiast ciała o temperaturach niskich np. ciało człowieka, żelazko, emitują promieniowanie w zakresie podczerwieni.

Zdolność emisyjna $M(T, \lambda)$ określa ilość wysyłanego przez ciało promieniowania. Jest określana jako strumień energii promieniowania $d\varphi$ wysyłany z jednostki powierzchni ΔS danego ciała w jednakowym przedziale długości fali $d\lambda$:

$$M(T,\lambda) = \frac{d\varphi}{dS\, d\lambda}[Wm^{-3}]. \qquad (1)$$

Zdolność emisyjna ciała jest zależna od rodzaju ciała i jego temperatury.

Teoretyczne rozważania na temat promieniowania cieplnego prowadzi się dla idealnego ciała, które całkowicie pochłania padające na nie promieniowanie, nazywanego ciałem doskonale czarnym. W przyrodzie takie ciało nie istnieje, jednak biorąc pudełko z małym otworkiem zbudowane z nieprzezroczystego materiału, jak na rys. 1 można, otrzymać model dobrze przybliżający ciało doskonale czarne. Promieniowanie padające na otwór dostaje się do środka wnęki i ulega wielokrotnemu odbiciu (i rozproszeniu) od ścianek wnęki. W skutek tego zostaje prawie całkowicie pochłonięte zanim wydostanie się przez otwór.



Rys. 1. Model ciała doskonale czarnego.

Dobrym przykładem modelu ciała doskonale czarnego z życia codziennego jest otwarte okno w słoneczny dzień. Gdy patrzy się na nie z zewnątrz, pomieszczenie zawsze wydaje się ciemne.

Widmowy współczynnik absorpcji $A(T, \lambda)$ jest współczynnikiem absorpcji w małym przedziale $d\lambda$ długości fal i wyraża się przez stosunek strumienia energii promieniowania (mocy promieniowania danego elementu) z wąskiego przedziału długości fal zawierającego długość fali λ zaabsorbowanej przez ciało do strumienia energii promieniowania padającego, przypadającego na ten sam przedział długości fal. Ciało rzeczywiste nie jest doskonale czarne w tym sensie, że nie pochłania całkowicie padającego na nie promieniowania. Część tej mocy zostaje przez to ciało pochłonięta, natomiast reszta jest odbita, przepuszczona albo rozproszona. Jeżeli promieniowanie jest jedynym sposobem wymiany energii ciała z otoczeniem, a temperatura tego ciała i jego otoczenia jest jednakowa, wtedy jego emitancja jest równa mocy pochłoniętej.

Prawo Kirchhoffa mówi, że stosunek zdolności emisyjnej do zdolności absorpcyjnej jest dla wszystkich ciał jednakową (uniwersalną) funkcją długości fali i temperatury $F(\lambda, T)$.

$$F(\lambda, T) = \frac{M(\lambda, T)}{A\,(\lambda, T)}. \tag{2}$$

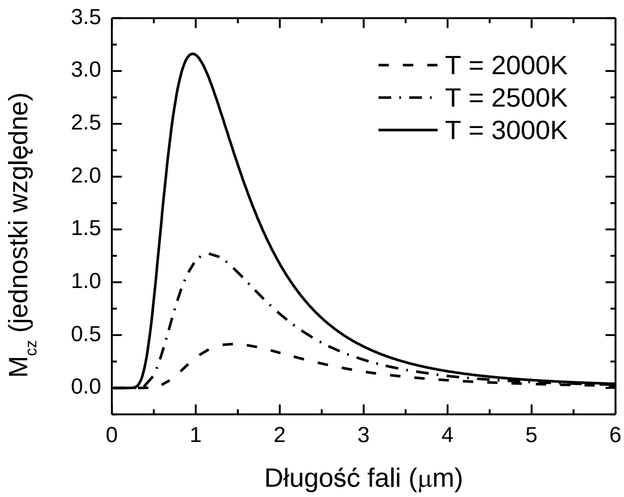
Ciało, którego widmowy współczynnik absorpcji nie zależy od długości fali nazywane jest ciałem szarym jeśli $A(T, \lambda) < 1$. Ponieważ ciało doskonale czarne w pełni pochłania padające na nie promieniowanie, tak więc jego współczynnik absorpcji $A(T, \lambda) = 1$, więc uniwersalna funkcja Kirchhoffa $F(\lambda, T)$ jest zdolnością emisyjną ciała doskonale czarnego.

$$M_{CZ}(\lambda, T) = \frac{M(\lambda, T)}{A\,(\lambda, T)}. \tag{3}$$

Kwantowa natura światła pozwoliła Planckowi na sformułowanie prawa nazwanego **prawem Plancka.** Zgodnie z teorią Plancka, promieniowanie nie ma charakteru ciągłego lecz wysyłane jest porcjami (kwantami). W związku z tym energia promieniowania ciała doskonale czarnego może przyjmować tylko wartości, które są wielokrotnością kwantu energii ($\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$). Ostatecznie pozwoliło to na sformułowanie prawa określającego zdolność emisyjną ciała doskonale czarnego

$$M_{cz}(\lambda, T) = \frac{2c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}, \tag{4}$$

gdzie: h – stała Plancka, T – temperatura ciała doskonale czarnego, c – prędkość światła w próżni, k_B – stała Boltzmanna, λ – długość fali.



Rys. 2. Wykres widma zdolności emisyjnej ciała doskonale czarnego dla różnych temperatur.

Jak zostało już wspomniane, zdolność emisyjna ciała jest zależna od rodzaju ciała i jego temperatury. Prawidłowe jest stwierdzenie, iż w danej temperaturze największa zdolność emisyjną ma ciało doskonale czarne. Dodatkowo, ze wzrostem temperatury maksimum promieniowania ciała przesuwa się w stronę krótszych fal, co zostało pokazane na rys. 2.

Aby obliczyć całkowitą zdolność emisyjną ciała doskonale czarnego należy sumować po wszystkich częstościach zdolność emisyjną w prawie Plancka, co prowadzi do zależności

$$M_{cz}(T) = \int_0^{\infty} M_{cz}(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4. \tag{5}$$

Otrzymane **prawo Stefana–Boltzmanna** jest prawem empirycznym. Emitancja energetyczna ciała doskonale czarnego jest proporcjonalna do czwartej potęgi jego temperatury T wyrażonej w stopniach Kelvina. Współczynnik σ nosi nazwę stałej Stefana-Boltzmanna i jak wynika ze wzoru

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2h^2} = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \left[\frac{W}{m^{-2}K^{-4}}\right], \tag{6}$$

wyraża się przez inne stałe fizyczne: stałą Boltzmanna k_B, prędkość światła c i stałą Plancka h.

Jeżeli temperatura otoczenia wynosi T_0, to ciało doskonale czarne pochłania w jednostce czasu z otoczenia taką samą energię, jaką emitowałoby mając temperaturę T_0. Całkowita strumień energii promieniowania emitowany w postaci promieniowania przez ciało doskonale czarne o powierzchni S (całkowita energia emitowana w jednostce czasu – strumień energii φ_r (moc radiacyjna)), zgodnie z prawem Stefana-Boltzmanna jest proporcjonalna do czwartej potęgi jego temperatury bezwzględnej T^4,

$$\varphi(T) = \sigma S T^4. \tag{7}$$

Zatem różnica między strumieniem energii pochłanianej i emitowanej wynosi

$$\varphi_r(T) = \sigma S(T^4 - T_0^4). \tag{8}$$

2. Metody wyznaczania stałej Stefana–Bolzmanna

Metoda jednakowej mocy

W celu wykonania doświadczenia potrzebne są dwa metalowe słupki – jeden niepoczerniony, symulujący ciało rzeczywiste oraz drugi poczerniony, czyli pokryty sadzą, który ma za zadanie symulować ciało doskonale czarne. Warto podkreślić, że sadza absorbuje niemal całkowicie padające na nie promieniowanie widzialne, lecz w innym zakresie długości fal, np. w podczerwieni jej widmowy współczynnik absorpcji jest znacznie mniejszy od jedności, dlatego nie jest to ciało doskonale czarne. Jednak do potrzeb doświadczenia poczerniony sadzą słupek wystarczająco przybliża ciało doskonale czarne.

Każde ciało przekazuje otoczeniu moc nie tylko w postaci promieniowania elektromagnetycznego (strumień energii promieniowania radiacyjnego $\varphi_r(T)$), lecz również w postaci rozpraszania nieradiacyjnego tzn. drogą konwekcji i przewodnictwa cieplnego (strumień energii promieniowania nieradiacyjnego $\varphi_n(T)$), dlatego słuszne jest równanie

$$\varphi(T) = \varphi_r(T) + \varphi_n(T), \tag{9}$$

W metodzie jednakowej mocy bazuje się na założeniu, że strumień energii promieniowania nieradiacyjnego jest wprost proporcjonalna do różnicy temperatur między ciałem promieniującym a otoczeniem:

$$\varphi_n(T) = \alpha(T - T_0), \tag{10}$$

gdzie α jest współczynnikiem proporcjonalności. Dodatkowo zakładamy, że strumień energii wypromieniowany przez ciało niepoczernione jest do pominięcia w porównaniu z mocą rozpraszaną nieradiacyjnie. Wtedy, w warunkach równowagi termodynamicznej dla mocy zasilania φ (jednakowej dla ciała poczernionego i niepoczernionego), słuszne są następujące równania, odpowiednio dla ciała niepoczernionego (11) oraz poczernionego (12)

$$\varphi = \alpha(T_n - T_0), \tag{11}$$

$$\varphi = \varphi_r + \alpha(T_c - T_0), \tag{12}$$

gdzie T_n i T_c są temperaturami równowagi ciał odpowiednio niepoczernionego i poczernionego.

Podstawiając oraz przekształcając równania (8), (11) i (12) otrzymać można wyrażenie pozwalające wyznaczyć stałą Stefana–Bolzmanna

$$\sigma = \frac{\varphi(T_n - T_c)}{S(T_c^4 - T_0^4)(T_n - T_0)}. \tag{13}$$

Jak widać z powyższego równania, aby wyznaczyć stałą σ metodą jednakowej mocy należy zmierzyć:

- moc zasilania φ,
- temperaturę równowagi T_n dla ciała niepoczernionego,
- temperaturę równowagi dla ciała poczernionego T_c,
- powierzchnię ciała S,
- temperaturę otoczenia T_0.

Metoda jednakowej temperatury

W metodzie tej ciału czarnemu dostarczamy moc o określonej wartości. Po ustaleniu się temperatury ciała (stan równowagi) można przyjąć, że moc dostarczana ciału jest równa mocy przekazywanej otoczeniu przez to ciało. Dodatkowo zakładamy, podobnie jak w metodzie poprzedniej, że moc wypromieniowana przez ciało niepoczernione jest do pominięcia w porównaniu z mocą rozpraszaną nieradiacyjnie. Można więc, przekształcając równania (8) i (9), wyznaczyć stałą Stefana–Bolzmanna:

$$\sigma = \frac{\varphi(T) - \varphi_n(T)}{S(T^4 - T_0^4)}. \tag{14}$$

Z równania (14) widać, że w celu wyznaczenia stałej σ metodą jednakowej temperatury należy zmierzyć:

- moc dostarczaną (zasilania) $\varphi(T)$,
- moc rozpraszaną nieradiacyjnie $\varphi_n(T)$,
- powierzchnię ciała S,
- temperaturę ciała czarnego w stanie równowagi T,
- temperaturę otoczenia (pokojową) T_0.

Moc $\varphi_n(T)$ będzie równa mocy zasilania takiego samego ciała, lecz niepoczernionego, w tej samej temperaturze równowagi T (przy założeniu, że moc promieniowania ciała niepoczernionego jest do pominięcia w porównaniu z mocą rozpraszaną nieradiacyjnie).

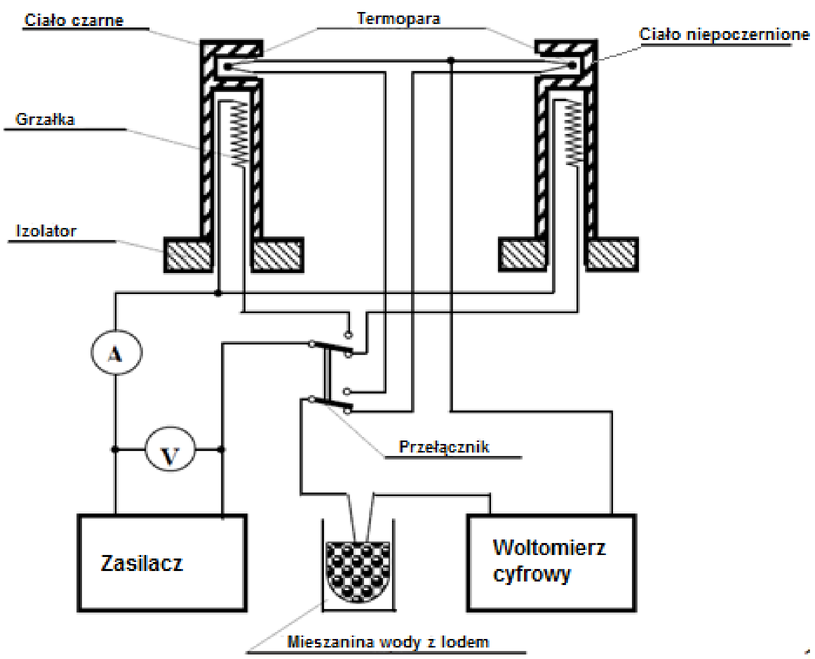
3. Zasada pomiaru i układ pomiarowy

A) Wykaz przyrządów

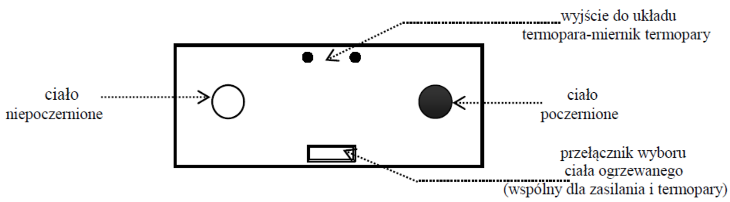
1) Zasilacz
2) Woltomierz
3) Amperomierz
4) Miernik temperatury
5) Przewody elektryczne
6) Zestaw z ciałami: poczernionym i niepoczernionym
7) Termos
8) Termopara

B) Schemat układu pomiarowego

Poniżej przedstawiono schemat układu (Rys.3) oraz rzut podstawki z badanymi ciałami, przełącznikiem i gniazdami elektrycznymi (Rys.4).



Rys. 3. Schemat połączeń elektrycznych.



Rys. 4. Widok z góry na stanowisko pomiarowe.

4. Zadania do wykonania

A) Przebieg pomiarów

1) Sprawdzić zgodność zestawu pomiarowego z powyższą listą. Zanotować klasy mierników.
2) Połączyć układ pomiarowy według schematu.

3) Napełnić termos mieszaniną wody z drobnymi kawałkami lodu. Umieścić końcówkę termopary wewnątrz termosu. Odczekać parę minut (2-3 min.) w celu ustabilizowania się temperatury wewnątrz termosu.

4) Odczytać i zanotować temperaturę pokojową T_0.

Metoda jednakowej mocy

1) Wybrać moc zasilania z zakresu 5-15 W.

2) Włączyć ogrzewanie ciała poczernionego i odczekać do momentu ustalenia się jego temperatury.

3) Odczytać i zanotować wartości napięcia i natężenia prądu zasilającego oraz odpowiadającą im temperaturę równowagi T_c. Obliczyć moc zasilania φ i jej niepewność.

4) Nie zmieniając wartości mocy zasilania, dla ciała niepoczernionego powtórzyć czynność z punktu 2). Zanotować temperaturę równowagi T_n.

5) Wyznaczyć temperatury równowagi (T_c i T_n) dla każdego z ciał przy innych wartościach mocy z zakresu 5-15 W.

Metoda jednakowej temperatury

1) Wybrać moc zasilania z zakresu 5-15 W.

2) Włączyć ogrzewanie ciała poczernionego i odczekać do momentu ustalenia się jego temperatury.

3) Odczytać i zanotować wartości napięcia i natężenia prądu zasilającego oraz odpowiadającą im temperaturę równowagi. Obliczyć moc zasilania i jej niepewność.

4) Dobrać taką wartość mocy zasilania ciała niepoczernionego, by jego temperatura osiągnęła wartość, jaką uzyskano dla ciała pierwszego.

Uwaga: W czasie pomiarów metodą jednakowej temperatury, po wyznaczeniu temperatury równowagi jednego ciała, należy zmienić moc zasilania drugiego ciała tak, aby temperatura równowagi nie uległa zmianie. Moc zasilania dobiera się metodą kolejnych prób i jest to dość czasochłonne. Dla ułatwienia, można wykonać pomiary dla dwóch różnych mocy zasilania, odpowiadających temperaturom bliskim temperaturze równowagi ciała pierwszego i dokonując ekstrapolacji, wyznaczyć moc zasilania dla ciała drugiego.

B) Opracowanie wyników:

1) Na podstawie przeprowadzonych pomiarów wyznaczyć wartość stałej Stefana-Boltzmanna σ. Powierzchnia każdego z badanych ciał wynosi: $S = 2{,}74 \cdot 10^{-3}[m^2]$, $U(S) = 2\% \cdot S$.

2) Dla pojedynczej wartości σ otrzymanej na podstawie każdej z metod pomiarowych obliczyć jej niepewność. Przeanalizować wyniki obliczeń.

3) Wyniki obliczeń porównać i na ich podstawie ocenić dokładność metod pomiarowych.

4) Otrzymane wartości σ z pomiarów dwiema metodami porównać z wartością stałej Stefana-Boltzmanna odczytaną z tablic.

5. Pytania:

1) Co to jest promieniowanie termiczne? Co jest źródłem tego promieniowania?

2) Zdefiniować pojęcie ciała doskonale czarnego, ciała szarego i ciała rzeczywistego oraz ich współczynniki pochłaniania. Przedstawić model ciała doskonale czarnego.

3) Zdefiniować pojęcie zdolności emisyjnej.
4) Sformułować prawo Stefana-Boltzmanna.
5) Przedstawić metody wyznaczania stałej Stefana-Boltzmanna:
    a) metoda jednakowej temperatury,
    b) metoda jednakowej mocy.

opracowała: dr Monika Wełna