

ĆWICZENIE NR 43

POMIARY OPORU METODĄ TECHNICZNĄ

Cel ćwiczenia: wyznaczenie wartości oporu oporników poprzez pomiary natężenia prądu płynącego przez opornik oraz napięcia na oporniku

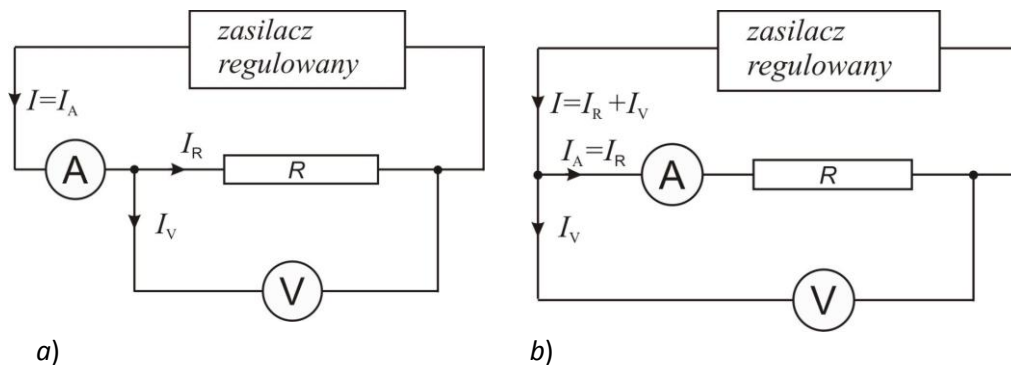
Wstęp

W celu wyznaczenia wartości oporu dowolnego opornika należy wyznaczyć napięcie na oporniku (U) oraz natężenie prądu płynącego przez opornik (I), a następnie korzystając z prawa Ohma

$$U = R \cdot I \quad (1)$$

wyznaczyć oporność opornika (R).

W tym celu można zastosować jeden z układów pomiarowych przedstawionych na rysunkach 1a oraz 1b.



Rys. 1. Schematy układów pomiarowych wykorzystywanych do wyznaczenia oporu opornika: a) układ „dokładnego” pomiaru napięcia na oporniku, b) układ „dokładnego” pomiaru natężenia prądu płynącego przez opornik

Wybierając układ pomiarowy należy pamiętać o tym, że w czasie pomiarów prądy płyną również przez mierniki. Mierniki można traktować jako dodatkowe oporniki włączone do obwodu o oporności (tzw. oporności wewnętrznej) zależnej od typu i modelu miernika. Na przykład zastosowanie układu przedstawionego na rys.1a do pomiarów oporności oporników o wartości oporności porównywalnej z opornością woltomierza i wyznaczenie oporności jako ilorazu napięcia (U_V) wskazywanego przez woltomierz i natężenia prądu mierzonego amperomierz (I_A):

$$R = \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_V}{I_R + I_V} \quad (2)$$

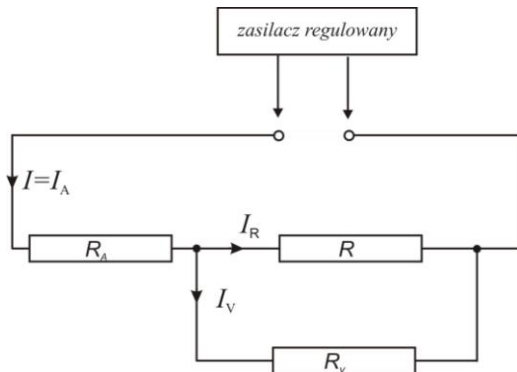
prowadzić będzie do dużych niedokładności , nawet rzędu 100%. Spowodowane to jest tym, że natężenie prądu mierzone przez amperomierz jest sumą dwu porównywalnych wielkości : natężenia prądu płynącego przez woltomierz i natężenia prądu płynącego przez opornik (I_R). W tym przypadku można jednak wyznaczyć wartość oporności opornika poprzez analizę układu zastępczego (rozdział IIa). Zatem układ 1a można

zastosować do przybliżonego wyznaczenia oporności opornika w przypadku gdy $I_V \ll I_R$, tzn. gdy oporność opornika jest dużo mniejsza od oporności woltomierza.

II Metoda pomiaru

II a. Metoda „dokładnego” pomiaru napięcia na mierzonym oporniku (rys.1a).

W układzie pomiarowym przedstawionym na rysunku 1a woltomierz jest połączony równolegle z opornikiem którego oporność wyznaczamy. Układ ten można przedstawić jako układ oporników:



Rys. 2. Schemat zastępczy układu przestawionego na rys.1a. Na rysunku tym opornik R_A oznacza oporność wewnętrzną amperomierza, a R_V oporność wewnętrzną woltomierza.

W tym przypadku woltomierz mierzy napięcie U_R na oporniku R które jest równocześnie równe napięciu na woltomierzu¹:

$$U_R = U_V. \quad (3)$$

Natomiast amperomierz mierzy całkowite natężenie prądu, będące sumą natężeń prądów płynących przez badany opornik oraz woltomierz:

$$I_A = I_R + I_V \quad (4)$$

Z analizy obwodu pomiarowego przedstawionego na rys.2 wynika, że wartość mierzonego oporu wynosi :

$$R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{U_V}{I_A - I_V} = \frac{U_V}{I_A - \frac{U_V}{R_V}}, \quad (5)$$

gdzie R_V jest wartością oporu wewnętrznego woltomierza.

Jeżeli wartość oporu wewnętrznego woltomierza jest dużo większa od wartości mierzonego oporu ($R_V \gg R$) wówczas wartość prądu płynącego przez woltomierz jest do pominięcia w stosunku do wartości prądu płynącego przez opornik $I_V = \frac{U_V}{R_V}$, a tym samym w stosunku do prądu całkowitego. W takim przypadku

¹ Każdy woltomierz mierzy napięcie które jest równocześnie napięciem na nim samym .

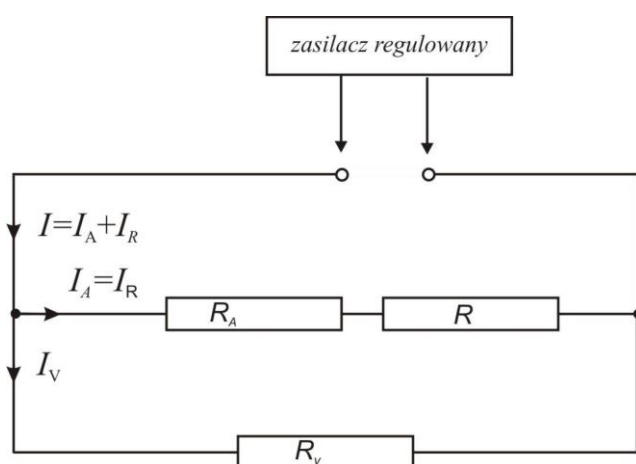
$$\frac{U_V}{R_V} \ll I_A \Rightarrow I_A - \frac{U_V}{R_V} \approx I_A. \quad (6)$$

Wówczas wzór (5) upraszcza się do postaci :

$$R = \frac{U_V}{I_A} \quad (7)$$

dającej przybliżoną wartość oporności badanego opornika. Układ ten stosuje się w przypadku gdy mierzona wartość oporu jest dużo mniejsza od oporu wewnętrznego woltomierza.

II b. Metoda „dokładnego” pomiaru natężenia prądu płynącego przez badany opornik (rys.1b).



Rys. 3. Schemat zastępczy układu przedstawionego na rys.1b. Na rysunku tym opornik R_A oznacza oporność wewnętrzną amperomierza, a R_V oporność wewnętrzną woltomierza.

W układzie pomiarowym przedstawionym na rysunku 1b woltomierz jest połączony szeregowo z opornikiem którego oporność wyznaczamy. Układ ten można przedstawić jako układ oporników przedstawiony na rysunku 3.

W przypadku zastosowania układu przedstawionego na rysunku rys. 1b woltomierz mierzy sumę napięć U_R na oporniku R oraz napięcia na amperomierzu U_A :

$$U_V = U_A + U_R. \quad (8)$$

Mierzone przez amperomierz natężenie prądu jest natężeniem prądu płynącego zarówno przez amperomierz jak i badany opornik

$$I_A = I_R.$$

Z analizy obwodu wynika, że wartość mierzonego oporu wynosi :

$$R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{U_V - U_A}{I_A} = \frac{U_V - I_A R_A}{I_A}, \quad (9)$$

gdzie R_A jest wartością oporu wewnętrznego amperomierza, a U_A wartością napięcia na amperomierzu.

W przypadku gdy opór wewnętrzny amperomierza jest dużo mniejszy od wartości wyznaczanego oporu to napięcie na amperomierzu ($U_A = I_A R_A$) jest dużo mniejsze od napięcia na badanym oporniku i napięcie na amperomierzu występujące we wzorze (9) można zaniedbać.

$$I_A R_A \ll U_V \Rightarrow U_V - I_A R_A \approx U_V. \quad (10)$$

Wówczas we wzorze (3) można dokonać następującego uproszczenia :

$$R = \frac{U_V - I_A R_A}{I_A} \approx \frac{U_V}{I_A}, \quad (11)$$

czyli przybliżoną wartość oporności badanego opornika można wyznaczyć z zależność

$$R = \frac{U_V}{I_A}. \quad (12).$$

Układ ten jest stosowany w przypadku gdy wartość oporu mierzonego elementu jest dużo większa od oporu wewnętrznego użytego amperomierza.

IIc. Wyznaczenie przybliżonej wartości oporności metodą regresji liniowej

Jak wynika to z wzorów (7) oraz (12) mierzone napięcie na oporniku można w przybliżeniu uważać za wprost proporcjonalne do mierzonej wartości prądu płynącego przez opornik. Współczynnikiem proporcjonalności jest wartość oporu opornika:

$$U_V = R \cdot I_A. \quad (13)$$

Zatem w tym przypadku można wyliczyć wartość oporności opornika i jej niepewność korzystając z metod regresji liniowej (patrz skrypt tom 1). W tym celu wyznaczamy parametry A oraz B prostej regresji liniowej $U = A \cdot I + B$ oraz ich niepewności wyznaczenia ΔA oraz ΔB . W naszym przypadku wyznaczony parametr A jest równy wartości oporności opornika, a $\Delta A = \Delta R$.

III. Zadania do wykonania

1. Celem pomiarów jest wyznaczenie wartości oporu elementów (oporników) wskazanych przez prowadzącego zajęcia.

W pierwszej kolejności dla każdego ze wskazanych przez prowadzącego oporników zmontować układ pomiarowy przedstawiony na rysunku 1a. Na podstawie pojedynczego pomiaru oszacować wartość R według wzoru $R = \frac{U_V}{I_A}$. Porównać

otrzymaną wartość z oporem wewnętrznym woltomierza oraz amperomierza i na tej podstawie wybrać właściwy układ pomiarowy dla każdego z oporników.

Układ przedstawiony na rys.1a wybieramy gdy opór wewnętrzny woltomierza jest dużo większy od wartości oporu oszacowanej wstępnym pomiarem.

Układ przedstawiony na rys.1b wybieramy gdy opór wewnętrzny woltomierza jest tego samego rzędu co wartość oporu oszacowanego wstępnym pomiarem. W tym przypadku wartość mierzonej oporności będzie zawsze dużo większa od oporności wewnętrznej amperomierza. Amperomierze są miernikami o małej oporności wewnętrznej w przeciwieństwie do woltomierzy które zawsze mają duże wartości oporności wewnętrznej.

2. Za pomocą wybranego dla każdego z oporników układu pomiarowego wykonać pomiary napięcia dla kilku wartości natężenia prądu. Dla każdego pomiaru, za pomocą odpowiedniego wzoru (5 lub 9) wyliczyć „dokładną” wartość oporu badanego opornika oraz jej niepewność (patrz dodatek A wzory A.1 lub A.2).
3. Dla każdego pomiaru, za pomocą odpowiedniego wzoru (7 lub 12) wyliczyć „przybliżoną” wartość oporu badanego opornika oraz jej niepewność (patrz dodatek A wzór A.3).
4. Dla każdego z oporników wyznaczyć wartość oporu opornika jako wartość średnią, oraz jej niepewność.
5. Dla każdego z oporników narysuj wykres zależności $U_V=f(I_A)$ oraz korzystając z metod regresji liniowej wyznacz wartość oporności i jej niepewność. Skorzystaj z gotowych programów.
6. Przedstaw wnioski. M.in. odpowiedz na pytania:
 - a) Czy „dokładne” i przybliżone wartości oporności opornika są sobie równe z dokładnością do ich niepewności wyznaczenia².
 - b) Czy wartość oporu opornika wyznaczona metodą regresji liniowej jest równa z dokładnością do niepewności wyznaczenia wartości średniej wyznaczonej w punkcie 4.

Pytania kontrolne

Pytanie 1 . W metalu nawet bez przyłożonego zewnętrznego pola elektrycznego elektrony poruszają się ruchem chaotycznym. Czy mimo braku zewnętrznego pola elektrycznego w metalu płynie prąd ?

Pytanie 2. Na podstawie analizy układów pomiarowych wyprowadź wzory na wartości oporu badanego opornika.

Pytanie 3. Wyjaśnij kiedy dla każdego z tych układów w celu wyznaczenia oporności można stosować wzór uproszczony :

$$R = \frac{U_v}{I_A}$$

Pytanie 4. Sformułuj prawa Ohma i pierwsze prawo Kirchhoffa.

Pytanie 5. Sformułuj definicje ampera.

² Jeżeli np. $R_1= 10.2\pm 0.5 \Omega$, a $R_2=9.9\pm 0.5 \Omega$ to uważamy te wielkości za równe sobie z dokładnością do niepewności ich wyznaczenia.

Dodatek A. Wzory na niepewność wyznaczenia wartości oporności w przypadku pojedynczego pomiaru

Założenie. Przyjmujemy, że niepewności wartości oporów wewnętrznych amperomierza i woltomierza są do pominięcia.

A1. Niepewność pojedynczego pomiaru

Jeżeli pojedynczy pomiar jest wykonywany przyrządem o dokładności δprz to jego niepewność Δprz określamy ze wzoru

$$\Delta prz = \frac{\delta prz}{\sqrt{3}}$$

Na przykład jeżeli pomiaru napięcia wykonamy woltomierzem o dokładności $\delta U = 0.1V$,

to niepewność pomiaru będzie wynosić: $\Delta U = \frac{0.1V}{\sqrt{3}} = 0.06V$

Niepewność wartości oporności wyznaczonej za pomocą pojedynczego pomiaru wykonanego wg schematu przedstawionego na rysunku 1.a wyliczamy ze wzoru:

$$\Delta R = \frac{U_V \cdot \Delta I_A + I_A \cdot \Delta U_V}{\left(I_A - \frac{U_V}{R_V} \right)^2} . \quad (A.1)$$

Niepewność wartości oporności wyznaczonej za pomocą pojedynczego pomiaru wykonanego wg schematu przedstawionego na rysunku 1.b wyliczamy ze wzoru:

$$\Delta R = \frac{U_V \cdot \Delta I_A + I_A \cdot \Delta U_V}{I_A^2} \quad (A.2)$$

Niepewność przybliżonej wartości oporności wyznaczonej za pomocą pojedynczego pomiaru wyliczamy ze wzoru:

$$\Delta R = \left(\frac{\Delta I_A}{I_A} + \frac{\Delta U_V}{U_V} \right) \cdot R \quad (A.3)$$

Dodatek B. Podstawowe definicje i prawa:

Prąd elektryczny - jest to uporządkowany „ruch ładunków elektrycznych”. Jest to stwierdzenie bardzo ogólne. W rzeczywistości jest to uporządkowany ruch cząstek obdarzonych ładunkiem elektrycznym, np. w metalach będzie to ruch elektronów, a w elektrolitach ruch jonów.

Natężenie prądu elektrycznego przepływającego przez powierzchnię S przewodnika – ilość ładunku przepływającego przez powierzchnię S w jednostce czasu:

$$I = \frac{Q}{t}$$

gdzie : Q – ilość ładunku przepływającego w przedziale czasu t przez powierzchnię S przewodnika

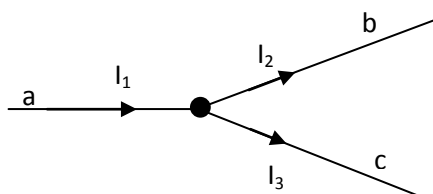
Jednostka natężenia prądu elektrycznego – w układzie SI jednostką natężenia prądu elektrycznego jest 1 A.

Definicja ampera – przez dwa nieskończenie długie równoległe, prostoliniowe przewodniki umieszczone w próżni w odległości 1 m od siebie płynie prąd o natężeniu 1 A jeżeli oddziałują one na siebie z siłą $2 \cdot 10^{-7}$ N na każdy metr długości przewodnika. Można pokazać, że jeżeli przez przewodnik płynie prąd o natężeniu 1 A to oznacza to, że przez jego powierzchnię przepływa w ciągu każdej sekundy ładunek o wartości 1 C.

Prawo Ohma – różnica potencjałów, U (napięcie) pomiędzy końcami przewodnika jest wprost proporcjonalna do natężenia prądu, I płynącego przez przewodnik. Współczynnik proporcjonalności, R jest własnością przewodnika i nazywamy go **oporem** przewodnika.

$$U = R \cdot I$$

Pierwsze prawo Kirchhoffa - Rozpatrzmy przypadek trzech przewodników połączonych razem w jednym punkcie (rys.1). Punkt połączenia nazywać będziemy węzłem.



Rys.B1

Niech w przewodniku a płynie prąd o natężeniu I_1 . Oznacza to, że w czasie Δt przez przekrój poprzeczny tego przewodnika przepływnie ładunek

$$\Delta Q = I_1 \Delta t .$$

Ładunek ten wpływając do węzła rozdzieli się na dwa strumienie. Ponieważ ładunek elektryczny jest zachowany, a w węzle nie ma gromadzenia się ładunków to suma ładunków przepływających przez przekroje poprzeczne przewodników b i c musi być równa ładunkowi ΔQ . Tym samym mamy :

$$\Delta Q = I_2 \Delta t + I_3 \Delta t$$

$$I_1 = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{I_2 \Delta t + I_3 \Delta t}{\Delta t}$$

$$I_1 = I_2 + I_3 .$$

Jest to pierwsze prawo Kirchhoffa .