



**ĆWICZENIE  
77**

**POMIAR ODLEGŁOŚCI OGNISKOWYCH SOCZEWEK**

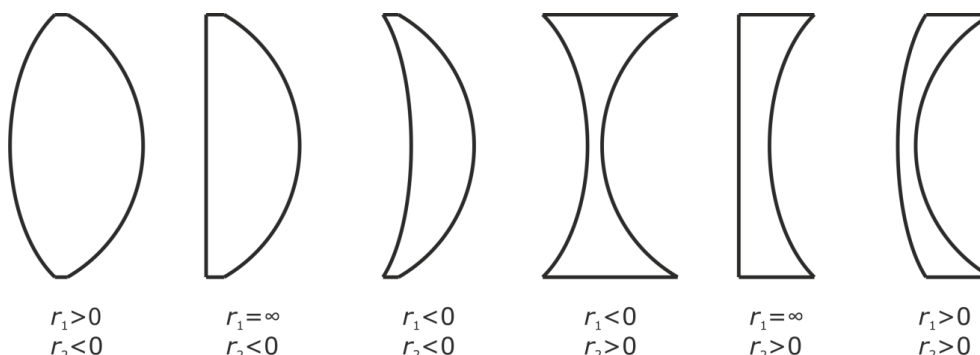
**Cel ćwiczenia:**

1. Poznanie zasad optyki geometrycznej, zasad powstawania i konstrukcji obrazów w soczewkach cienkich.
2. Wyznaczanie odległości ogniskowych soczewek cienkich wybranymi metodami.

**Zagadnienia:** współczynnik załamania, prawo załamania, soczewki cienkie, rodzaje soczewek, ogniska i ogniskowe soczewek, zdolność skupiająca, odwzorowanie optyczne, powstawanie obrazu, powiększenie poprzeczne

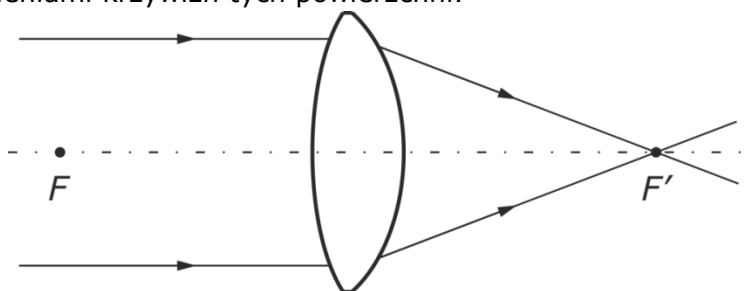
**1. Wprowadzenie**

**Soczewką** nazywamy przezroczysty (np. szklany lub plastikowy) obiekt, ograniczony dwiema powierzchniami, na których promień na nie padający ulega załamaniu (prawo załamania, prawo Snelliusa). Powierzchnie te mają stanowią najczęściej wycinek sfery o promieniach  $r_1$  i  $r_2$  (powierzchnie sferyczne,  $r_1$  i  $r_2$  nazywamy **promieniami krzywizny** soczewki). Szczególnym przypadkiem są soczewki płasko-wypukłe lub płasko-wklęsłe, w których jedna z powierzchni jest płaska, czyli ma nieskończenie duży promień krzywizny  $r = \infty$  (patrz: Rys. 1).



**Rys. 1** Soczewki o różnych kształtach powierzchni ograniczających. Od lewej: dwuwypukła, płasko-wypukła, wklęsło-wypukła, dwuwklęsła, płasko-wklęsła i wypukło-wklęsła.

**Soczewką cienką** nazywamy taką soczewkę, dla której odległość pomiędzy wierzchołkami powierzchni ograniczających ją – czyli grubość soczewki – jest zaniedbywalnie mała w porównaniu z promieniami krzywizn tych powierzchni.

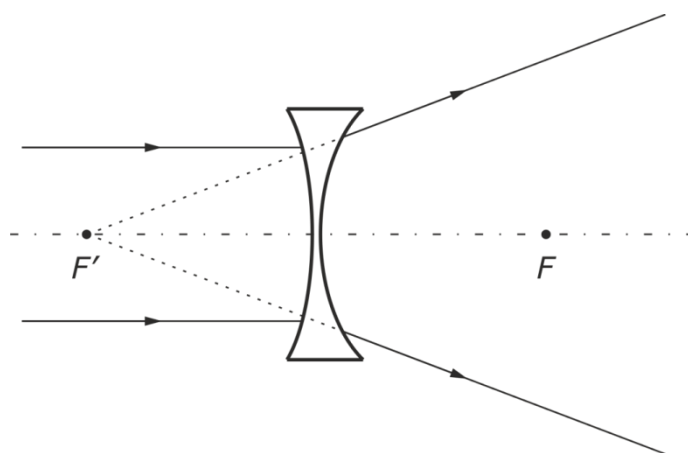


**Rys. 2** Bieg promieni równoległych do przez soczewkę skupiającą ( $F$  – ognisko przedmiotowe;  $F'$  - ognisko obrazowe).

Jeśli na drodze równoległej i poosiowej wiązki promieni umieścimy **soczewkę skupiającą** (Rys. 2), to po przejściu przez nią promienie spotkają się w jednym punkcie po stronie obrazowej. Punkt ten nazywany jest **ogniskiem obrazowym**  $F'$  soczewki, a odległość od soczewki cienkiej do ogniska obrazowego nazywamy **ogniskową obrazową**  $f'$ . Dla soczewek skupiających  $f'$  przyjmuje wartości dodatnie.

Natomiast jeśli na drodze równoległej i poosiowej wiązki promieni umieścimy **soczewkę rozpraszającą** (Rys. 3), promienie po opuszczeniu takiej soczewki utworzą wiązkę rozbieżną o środku znajdującym się przed soczewką. Warto zauważyć, że w przypadku soczewki rozpraszającej, ognisko obrazowe jest wyznaczone przez przedłużenia promieni wychodzących z soczewki, a ogniskowa obrazowa ma wartość ujemną.

**Ognisko przedmiotowe**  $F$  – zarówno dla soczewki skupiającej, jak i rozpraszającej – znajduje się po przeciwnej stronie ogniska obrazowego, a **ogniskowa przedmiotowa**  $f$  jest równa – co do wartości bezwzględnej – ogniskowej obrazowej, natomiast przyjmuje znak przeciwny ( $f = -f'$ ).



**Rys. 3** Bieg promieni równoległych do przez soczewkę rozpraszającą ( $F$  – ognisko przedmiotowe;  $F'$  – ognisko obrazowe).

**Zdolność skupiająca soczewki**  $\Phi$ , mierzona w dioptrach [D] zdefiniowana jest jako odwrotność ogniskowej obrazowej soczewki, wyrażonej w metrach:

$$\Phi = \frac{1}{f'} \quad (1)$$

Zdolność ta zależy od współczynnika załamania  $n$  materiału, z którego wykonana jest soczewka, współczynnika załamania  $n'$  ośrodka, w którym soczewka się znajduje oraz od jej kształtu:

$$\Phi = \frac{1}{f'} = \left(\frac{n}{n'} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \quad (2)$$

Jeśli soczewka znajduje się w powietrzu, którego współczynnik załamania wynosi  $n' = 1$ , wówczas:

$$\Phi = \frac{1}{f'} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \quad (3)$$

Z drugiej strony, ogniskowa soczewki jest związana z odległością  $p$  przedmiotu od soczewki oraz odległością  $o$  od soczewki do obrazu zależnością zwaną **wzorem soczewkowym**:

$$\Phi = \frac{1}{f'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{o}, \quad (4)$$

przy czym należy pamiętać o tym, że:  $p$  przyjmuje wartości ujemne, jeśli przedmiot znajduje się przed soczewką (**przedmiot rzeczywisty**), lub wartości dodatnie, jeśli przedmiot znajduje się za soczewką (**przedmiot pozorny**); z kolei  $o$  przyjmuje wartości dodatnie, jeśli obraz powstaje

za soczewką (**obraz rzeczywisty**), lub wartości ujemne, jeśli obraz powstaje przed soczewką (**obraz pozorny**).

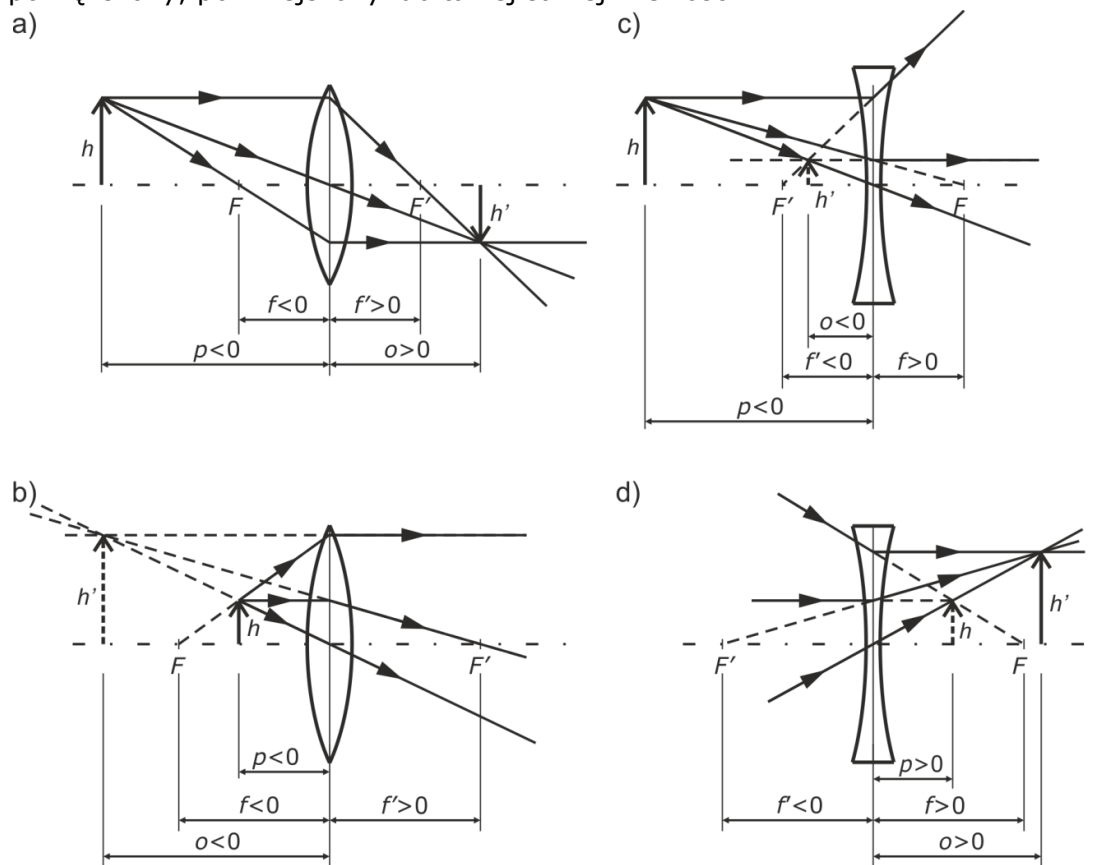
**Powiększenie poprzeczne** jest zdefiniowane jako stosunek wielkości obrazu  $h'$  do wielkości przedmiotu  $h$ , co z kolei jest równe stosunkowi wielkości odległości  $p$  przedmiotu i odległości  $o$  obrazu od soczewki (Rys. 45):

$$m = \frac{h'}{h} = \frac{o}{p} \quad (5)$$

przy czym cały czas należy pamiętać o znakach dla odległości przedmiotów i obrazów rzeczywistych i pozornych. Znak powiększenia  $m$  mówi o tym, czy **obraz jest odwrócony** ( $m < 0$ ), czy **prosty** ( $m > 0$ ) względem przedmiotu. Natomiast wartość bezwzględna powiększenia decyduje o tym, czy mamy do czynienia z **obrazem powiększonym** ( $|m| > 1$ ), czy **pomniejszonym** ( $|m| < 1$ ).

Zatem każdy obraz dawany przez dowolny układ optyczny jest::

- rzeczywisty lub pozorny;
- prosty lub odwrócony;
- powiększony, pomniejszony lub takiej samej wielkości.

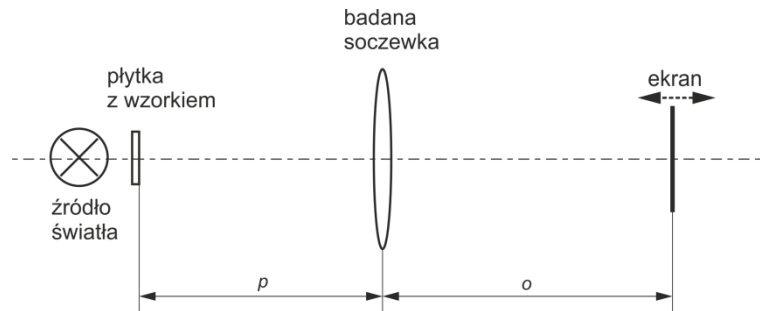


**Rys. 4** Zasady konstrukcji obrazów: a) w soczewce skupiającej: przedmiot rzeczywisty - obraz rzeczywisty, odwrócony, pomniejszony; b) w soczewce skupiającej: przedmiot rzeczywisty - obraz pozorny, prosty, powiększony; c) w soczewce rozpraszającej: przedmiot rzeczywisty - obraz pozorny, prosty, pomniejszony; d) w soczewce rozpraszającej: przedmiot pozorny - obraz rzeczywisty, prosty, powiększony.

## 2. Układ pomiarowy i zasada pomiaru

### A. METODA WZORU SOCZEWKOWEGO

Układ pomiarowy (Rys. 5) składa się z umieszczonych na ławie optycznej: płytki przedmiotowej (na Rys. 5 nazwanej płytką z wzorkiem), oświetlonej przez źródło światła białego, badanej soczewki oraz ekranu. Pomiar polega na znalezieniu takiej odległości  $o$ , w której powstaje ostry obraz przedmiotu (płytki) umieszczonego w odległości  $p$  od soczewki.



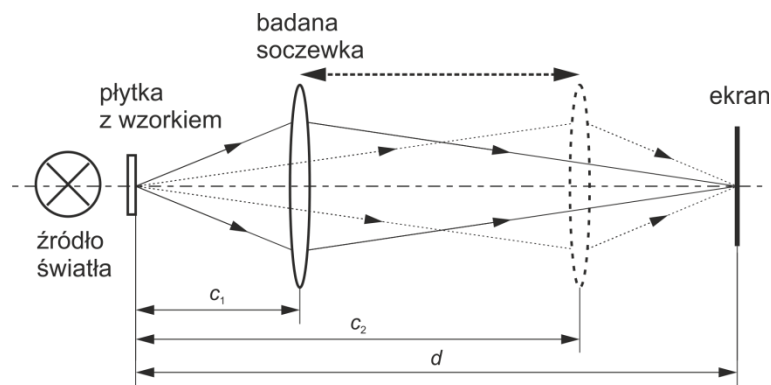
**Rys. 5** Schemat układu pomiarowego do metody wzoru soczewkowego. Oznaczenie symboli w tekście

### B. METODA BESSELA

Układ pomiarowy (Rys. 6) składa się z umieszczonych na ławie optycznej: płytki przedmiotowej, oświetlonej przez źródło światła białego, badanej soczewki oraz ekranu. Pomiar polega na wyznaczeniu – przy stałej odległości  $d$  pomiędzy ekranem a płytką przedmiotową – takich dwóch położen badanej soczewki:  $c_1$  i  $c_2$ , dla których na nieruchomym ekranie powstanie ostry obraz płytki przedmiotowej, odpowiednio: powiększony i pomniejszony względem wielkości wzoru na płytce przedmiotowej. Znalezienie dwóch takich obrazów będzie możliwe tylko przy odpowiednio dużej odległości  $d$  pomiędzy przedmiotem a obrazem ( $d \geq 4f'$ ).

W takiej konfiguracji, na podstawie wartości  $d$  oraz różnicy odległości  $c$  pomiędzy położeniami soczewki  $c = |c_1 - c_2|$  można obliczyć ogniskową badanej soczewki:

$$f' = \frac{d^2 - c^2}{4d} \quad (6)$$



**Rys. 6** Schemat układu pomiarowego do metody Bessela. Oznaczenie symboli w tekście.

Metodę Bessela można również zastosować do wyznaczenia odległości ogniskowej soczewki rozpraszającej. W tym celu badaną soczewkę należy złożyć razem z soczewką skupiającą o znanej ogniskowej obrazowej  $f'_1$  tak dobranej, aby otrzymany układ soczewek był skupiający (dodatni), a ogniskowa całego układu:  $4f'_{1,2} < d$ .

Wówczas odległość ogniskową soczewki rozpraszającej można wyznaczyć korzystając z zależności dla układu dwóch soczewek cienkich złożonych razem:

$$\frac{1}{f'_{1,2}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} \quad (7)$$

gdzie:  $f'_1$  – odległość ogniskowa obrazowa znanej soczewki skupiającej,  $f'_2$  – odległość ogniskowa obrazowa badanej soczewki rozpraszającej,  $f'_{1,2}$  – odległość ogniskowa obrazowa układu soczewek.

Ogniskową wyznaczamy metodą Bessela, wkładając dwie soczewki do wspólnej oprawy.

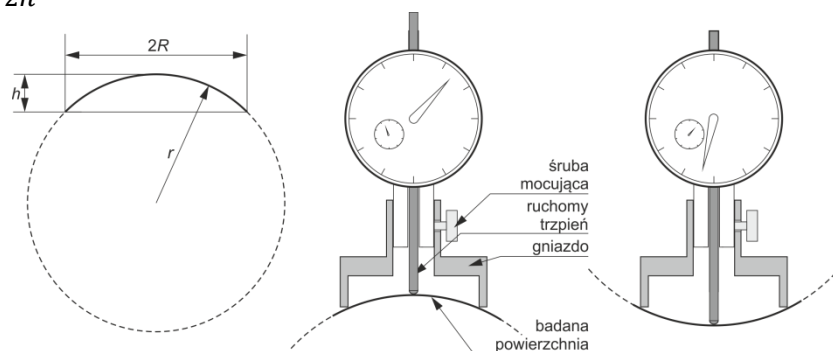
### C. METODA SFEROMETRU

Sferometr jest prostym urządzeniem do pomiaru strzałki  $h$  czaszy kulistej o znanej średnicy podstawy  $2R$  (Rys. 7). Wartość tej strzałki związana jest z promieniem krzywizny  $r$  badanej powierzchni następującą zależnością:

$$R^2 = h(2r - h) \quad (7)$$

Stąd:

$$r = \frac{R^2 + h^2}{2h} \quad (8)$$



**Rys. 7** Wyznaczanie promienia krzywizny za pomocą sferometru pierścieniowego. Wyjaśnienie symboli w tekście.

Najczęściej używane są sferometry pierścieniowe, z których najprostszym jest czujnik zegarowy z nałożonym na jego trzpień gniazdem (pierścieniem) o średnicy  $2R$  (Rys. 7). Przesuw trzpienia jest przekazywany za pomocą specjalnego mechanizmu przekładniowego wskazówce, która obraca się o odpowiedni kąt na tarczy ze skalą (zwykle pełny obrót wskazówki odpowiada przesunięciu o 1 mm, a wartość działki elementarnej podziałki wynosi 0,01 mm).

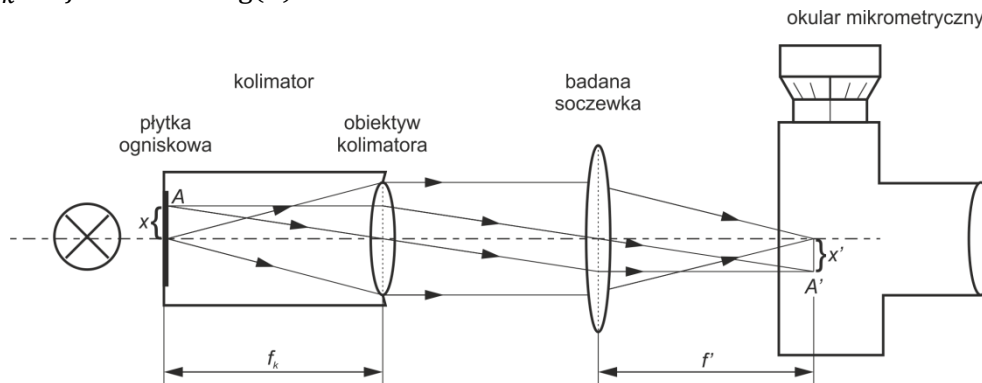
Wyznaczając na podstawie wzoru (8) promień krzywizny obu powierzchni soczewki oraz znając współczynnik załamania szkła soczewki  $n$  można, ze wzoru (3), obliczyć ogniskową obrazową soczewki  $f'$ .

### D. METODA OKULARU MIKROMETRYCZNEGO I KOLIMATORA

Kolimator składa się z obiektywu o ogniskowej  $f_k$ , w którego płaszczyźnie ogniskowej umieszczona jest płytką ogniskowa z naciętą na niej podziałką. Za kolimatorem umieszcza się na ławie optycznej badaną soczewkę skupiającą (lub skupiający układ soczewek), której odległość ogniskową należy wyznaczyć. Promienie wychodzące z dowolnego punktu  $A$  podziałki płytki ogniskowej kolimatora, odległego od osi optycznej układu o  $x$  (Rys. 8) są po wyjściu z obiektywu kolimatora wzajemnie równoległe i tworzą w płaszczyźnie ogniskowej badanej soczewki obraz  $A'$  tego punktu

w odległości  $x'$  od osi. Jak widać na rysunku, z podobieństwa odpowiednich trójkątów wynika oczywista zależność:

$$\frac{x}{f_k} = \frac{x'}{f'} \Rightarrow f' = \frac{x'}{\operatorname{tg}(\alpha)}, \quad (9)$$



**Rys. 8** Zasada pomiaru odległości ogniskowej soczewki metodą kolimatora i okularu mikrometrycznego. Wyjaśnienie symboli w tekście.

gdzie  $\alpha$  jest kątem, jaki tworzy promień wychodzący z punktu  $A$  na skali kolimatora z osią optyczną układu. Ogólniej, ze znikomo małym błędem można przyjąć  $x$  za odległość dwóch dowolnych punktów skali kolimatora, a  $x'$  – za odległość ich obrazów. W celu zwiększenia dokładności pomiaru należy mierzyć odległość  $x$  między odległymi od siebie kreskami. Jeżeli mierzona odległość między kreskami wynosi  $k$  numerowanych działek skali, a odległość kątowa między kolejnymi numerowanymi kreskami skali wynosi  $\alpha_0$ , to  $\alpha = k\alpha_0$ . Wartość  $\alpha_0$  podana jest w instrukcji roboczej ćwiczenia.

### 3. Zadania do wykonania

#### A. METODA WZURU SOCZEWKOWEGO

##### i. Pomiary:

Badaną soczewkę, oświetlony przedmiot oraz ekran ustaw na ławie optycznej, która jest zaopatrzona w skalę milimetrową. Dla kilku różnych odległości  $p$  przedmiotu od soczewki zmierz odpowiednie odległości  $o$  ekranu od soczewki ustawionego w miejscu, w którym obraz na ekranie jest możliwie najostrzejszy.

##### ii. Opracowanie wyników:

Wyniki pomiarów zamieść w tabeli wraz z odpowiednimi niepewnościami. Oblicz ogniskową obrazową  $f'$  soczewki na podstawie wzoru soczewkowego (4). Oszacuj niepewności pomiarowe oraz niepewność wyznaczonej w pomiarach ogniskowej.

#### B. METODA BESSELA

##### i. Pomiary

Dla wybranej – względnie dużej – odległości  $d$  pomiędzy przedmiotem a ekranem wyznacz takie położenia soczewki  $c_1$  oraz  $c_2$ , dla których na nieruchomym ekranie powstanie odpowiednio powiększony i pomniejszony obraz przedmiotu. Pomiary powtórz dla innej odległości  $d$  pomiędzy przedmiotem a ekranem.

##### ii. Opracowanie wyników:

Wyniki pomiarów zamieść w tabeli wraz z odpowiednimi niepewnościami. Ze wzoru Bessela (6) oblicz ogniskową badanej soczewki. Oszacuj niepewności pomiarowe oraz niepewność wyznaczonej w pomiarach ogniskowej.

### C. METODA SFEROMETRU (dla wszystkich soczewek)

#### i. Pomiary:

Zmierz suwmiarką średnicę zewnętrzną  $2R_z$  i średnicę wewnętrzną  $2R_w$  pierścienia sferometru. Wyznacz wskazanie  $w_1$  sferometru dla powierzchni płaskiej (wzorcowej). Następnie połóż sferometr na mierzonej powierzchni soczewki i odczytaj wskazanie  $w_2$  dla tej powierzchni. Analogicznie wykonaj pomiary wartości strzałki dla drugiej powierzchni soczewki.

#### ii. Opracowanie wyników:

Wyniki pomiarów zamieść w tabeli wraz z odpowiednimi niepewnościami. Różnica pomiędzy wskazaniami  $w_1$  i  $w_2$  stanowi wartość  $h$  strzałki czaszy kulistej mierzonej powierzchni. Wyznacz promienie krzywizn obu powierzchni soczewki ze wzoru (8), w którym czym  $R = R_z$  dla powierzchni wklęsłej,  $R = R_w$  dla powierzchni wypukłej. Następnie, pamiętając o znakach promieni krzywizn, oblicz ogniskową soczewki ze wzoru (3). Oszacuj niepewności pomiarowe oraz niepewność wyznaczonej w pomiarach ogniskowej.

### D. METODA OKULARU MIKROMETRYCZNEGO I KOLIMATORA (dla układów skupiających)

#### i. Pomiary:

Na ławie optycznej ustaw kolejno: oświetlacz, kolimator z podziałką, badaną soczewkę skupiającą, okular mikrometryczny ze skalą tak, by ich środki leżały na jednej prostej pokrywającej się z osią optyczną soczewki. Przesuwając okular lub badaną soczewkę wzdłuż ławy optycznej znajdź takie jego (jej) położenie, aby widzieć ostro, bez paralaksy, obraz skali kolimatora na tle krzyża okularu. Ustaw przecięcie nitek krzyża okularu mikrometrycznego na wybraną  $l$  kreskę z lewej strony skali kolimatora i odczytaj wskazanie  $x_l$  okularu. Następnie zrób to samo dla wybranej kreski  $p$  z prawej strony skali kolimatora i odczytaj wskazanie  $x_p$  okularu mikrometrycznego. Pomiary powtórz kilkakrotnie dla tych samych kresek  $l$  i  $p$ .

#### ii. Opracowanie wyników: Wyniki pomiarów zamieść w tabeli wraz z odpowiednimi niepewnościami.

Oblicz ogniskową soczewki ze wzoru  $f' = \frac{x_p - x_l}{\sqrt{2} \operatorname{tg}(|p-l|\alpha_0)}$ , gdzie  $\alpha_0$  jest odległością kątową pomiędzy kolejnymi kreskami na skali kolimatora. Oszacuj niepewności pomiarowe oraz niepewność wyznaczonej w pomiarach ogniskowej.

### 4 Pytania:

1. Podaj i scharakteryzuj podstawowe zasady optyki geometrycznej.
2. Opisz soczewkę ciekłą. Podaj różnice pomiędzy soczewką skupiającą i rozpraszającą. Narysuj przejście wiązki równoległej przez oba rodzaje soczewek.
3. Zdefiniuj pojęcia: ognisko, odległość ogniskowa, zdolność skupiająca, powiększenie poprzeczne soczewki.

4. Podaj równanie soczewki cienkiej. Od czego zależy odległość ogniskowa soczewki i w jaki sposób można zmienić jej wartość?
5. Wymień i zdefiniuj cechy obrazu otrzymanego przez soczewkę.
6. Narysuj bieg promieni świetlnych przez cieką soczewkę skupiającą i rozpraszającą dla dowolnych odległości przedmiotu od soczewki.
7. Przedstaw zasady konstrukcji obrazów w soczewkach cienkich wymieniając promienie, które są stosowane w takich konstrukcjach.
8. Jak zmienia się wielkość obrazu w zależności od odległości przedmiotu od soczewki?
9. Podaj najprostszy sposób oszacowania wartości odległości ogniskowej soczewki skupiającej.
10. Jakie znasz wady odwzorowań soczewek?
11. Jaki jest sens fizyczny dyfrakcji i dyspersji światła?
12. Scharakteryzuj sens fizyczny zdolności rozdzielczej soczewki, opisz dlaczego jest skończona i co jest tego przyczyną?
13. Jak powstaje i jakie ma cechy obraz otrzymywany przez lupę?
14. Opisz metody wyznaczania odległości ogniskowej soczewki i określ dla jakich rodzajów soczewek można je stosować:
  - a) metoda wzoru soczewkowego
  - b) metoda pozornego przedmiotu
  - c) metoda Bessela
  - d) metoda okularu mikrometrycznego i kolimatora
  - e) metoda sferometru.

## 5 Dodatek: przydatne wzory

Niepewność zdolności skupiającej soczewki:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial f'} = -\frac{1}{f'^2} \quad (10)$$

Metoda wzoru soczewkowego:

$$f' = \frac{p \cdot o}{p + o}$$

$$\frac{\partial f'}{\partial p} = \frac{o^2}{(p + o)^2} \quad (11)$$

$$\frac{\partial f'}{\partial o} = \frac{p^2}{(p + o)^2} \quad (12)$$

Metoda Bessela:

$$\frac{\partial c}{\partial c_1} = 1 \quad (13)$$

$$\frac{\partial c}{\partial c_2} = -1 \quad (14)$$

$$\frac{\partial f'}{\partial c} = -\frac{2c}{4d} \quad (15)$$

$$\frac{\partial f'}{\partial d} = \frac{d^2 + c^2}{4d^2} \quad (16)$$

Metoda sferometru:

$$\frac{\partial r}{\partial R} = \frac{R}{h} \quad (17)$$

$$\frac{\partial r}{\partial h} = \frac{h^2 - R^2}{2h^2} \quad (18)$$

$$\frac{\partial f'}{\partial r_1} = \frac{r_2^2}{(n-1)(r_2 - r_1)^2} \quad (19)$$

$$\frac{\partial f'}{\partial r_2} = -\frac{r_1^2}{(n-1)(r_2 - r_1)^2} \quad (20)$$

Metoda kolimatora:

$$\frac{\partial f'}{\partial x_p} = \frac{1}{\sqrt{2} \operatorname{tg}(|p-l|\alpha_0)} \quad (21)$$

$$\frac{\partial f'}{\partial x_l} = \frac{-1}{\sqrt{2} \operatorname{tg}(|p-l|\alpha_0)} \quad (22)$$

opracowali  
dr inż. Damian Siedlecki  
dr inż. Agnieszka Józwick