

**ĆWICZENIE  
105**

**SPEKTROSKOPIA RENTGENOWSKA**

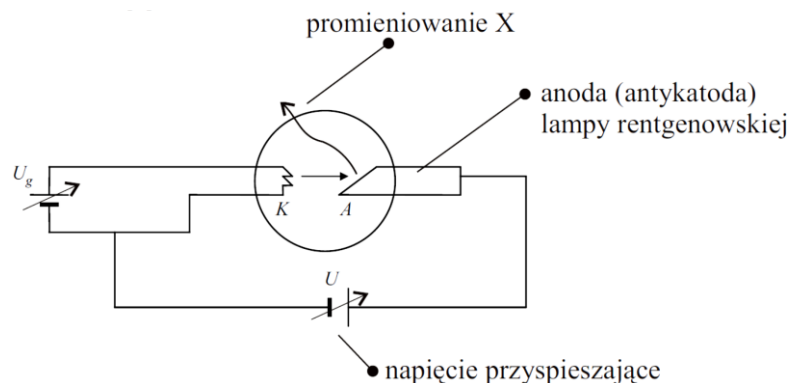
**Cel ćwiczenia:** obserwacja ciągłego i charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego, którego źródłem jest wolfram; wyznaczenie energii promieniowania charakterystycznego wolframu; wyznaczenie stałej sieciowej kryształu analizującego.

**Zagadnienia:** ciągłe i charakterystyczne promieniowanie X, poziomy energetyczne w atomie, przejścia elektronu pomiędzy pasmami, stała sieci kryształu, prawo Bragga.

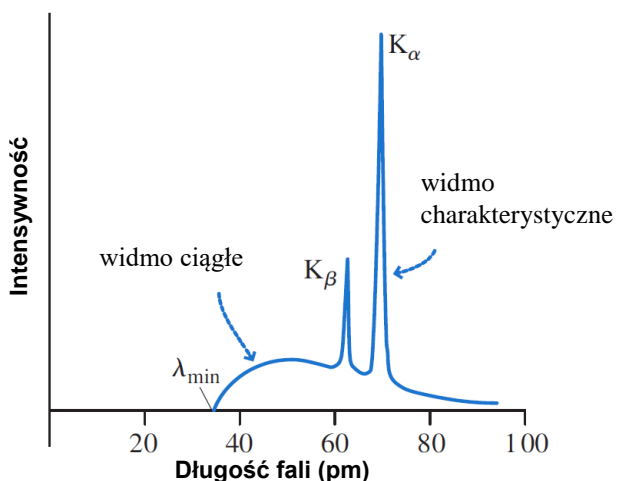
**1 Wprowadzenie**

Promieniowanie rentgenowskie (promienie X) to promieniowanie elektromagnetyczne z zakresu długości fali rzędu 0,1 nm. Promienie X zostały odkryte przez Wilhelma Röntgena (1845 - 1923) w 1895 roku. Ze względu na małą długość fali (dużą energię) jest to promieniowanie bardzo przenikliwe i wykorzystuje się je np. w medycynie: do prześwietleń – każdy prawdopodobnie doświadczył tego u dentysty lub miał prześwietlane płuca, a także do badania struktury krystalicznej ciał stałych.

Do wytwarzania promieniowania rentgenowskiego służą lampy rentgenowskie. Schematyczny rysunek jednej z nich przedstawiony jest na Rys. 1. Do katody (K) przyłożone jest napięcie powodujące jej nagrzewanie. Na skutek zjawiska termoemisji z katody emitowane są elektrony. Elektrony, które opuściły katodę są rozpędzane wysokim napięciem ( $U = 10 \div 100 \text{ kV}$ ), przez co uzyskują dużą energię kinetyczną. Rozpędzone elektrony uderzają w anodę zamieniając tą energię lub jej część na energię promieniowania rentgenowskiego.



Rys. 1 Schemat lampy rentgenowskiej.

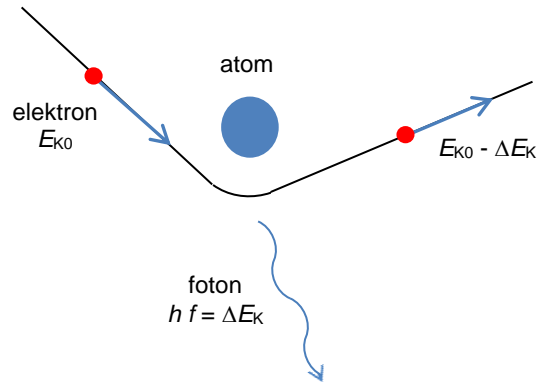


Przykładową zależność intensywności promieniowania X od długości fali przedstawia Rys. 2. Maksima (np.  $K\alpha$  czy  $K\beta$ ) reprezentują tzw. widmo charakterystyczne – zależne od tego z jakiego materiału wytworzono anodę. Gładka część to tzw. widmo ciągłe (*bremstrahlung*).

Rys. 2 Przykładowe widmo promieniowania X.

### 1.1 Widmo ciągłe (hamowania)

Uzyskane z katody elektrony w drodze do anody są przyspieszane – rośnie ich energia kinetyczna  $E_K = e U$ . Rozpędzone elektrony uderzają w anodę, gdzie są hamowane wskutek oddziaływania z polem kulombowskim jąder materiału anody, jak to pokazano na Rys. 3. Hamujący elektron traci swą energię kinetyczną (jej część lub całą), która zostaje zużyta na wytworzenie fotonu. Ze względu na różnicę masy między elektronem i atomem tylko niewielka część energii zostaje przekazana do atomu. Rozproszony elektron, którego energia jest mniejsza od początkowej energii  $E_{K0}$  może zostać rozproszony ponownie i wytworzyć kolejny foton. Proces ten może się powtarzać do momentu aż elektron straci praktycznie całą energię kinetyczną. Ponieważ straty energii  $\Delta E_K$  przy każdym spotkaniu z jądrem anody są różne, to emitowane jest promieniowanie o różnych energiach (długościach fal). Promieniowanie wytworzone w wyniku hamowania elektronów zwane jest promieniowaniem hamowania – jest to promieniowanie o widmie ciągłym.



Rys. 3 Rozpraszanie elektronu na atomie. Elektron traci część energii kinetycznej i zostaje wygenerowany foton promieniowania X.

Okazuje się, że istnieje tzw. krótkofalowa granica wysłanego promieniowania rentgenowskiego tj. minimalna długość fali  $\lambda_{min}$ , poniżej której promieniowanie nie występuje (Rys. 2). Odpowiada to sytuacji gdy elektron traci całą swoją energię kinetyczną podczas jednego procesu – powstały foton ma wtedy maksymalną energię (minimalną długość fali). Krótkofalową granicę można policzyć z zależności:

$$\lambda_{min} = \frac{h c}{e U} = \frac{h c}{E_{K0}} = \frac{1240 \text{ V}\cdot\text{nm}}{U} \quad (1)$$

gdzie  $h$  – stała Plancka,  $c$  – prędkość światła w próżni,  $e$  – ładunek elektronu i  $U$  napięcie przyspieszające (np. dla napięcia przyspieszającego  $U = 35 \text{ kV}$  dostajemy  $\lambda_{min} = 35,5 \text{ pm}$ ). Zależność tę nazywamy także regułą Duane-Hunta. Gdy rośnie napięcie przyspieszające  $U$  (energia kinetyczna elektronu), maleje minimalna długość fali emitowanego promieniowania rentgenowskiego. Jak widzimy wartość długości fali odpowiadająca krótkofalowej granicy promieniowania X nie zależy od materiału z jakiego została zrobiona anoda.

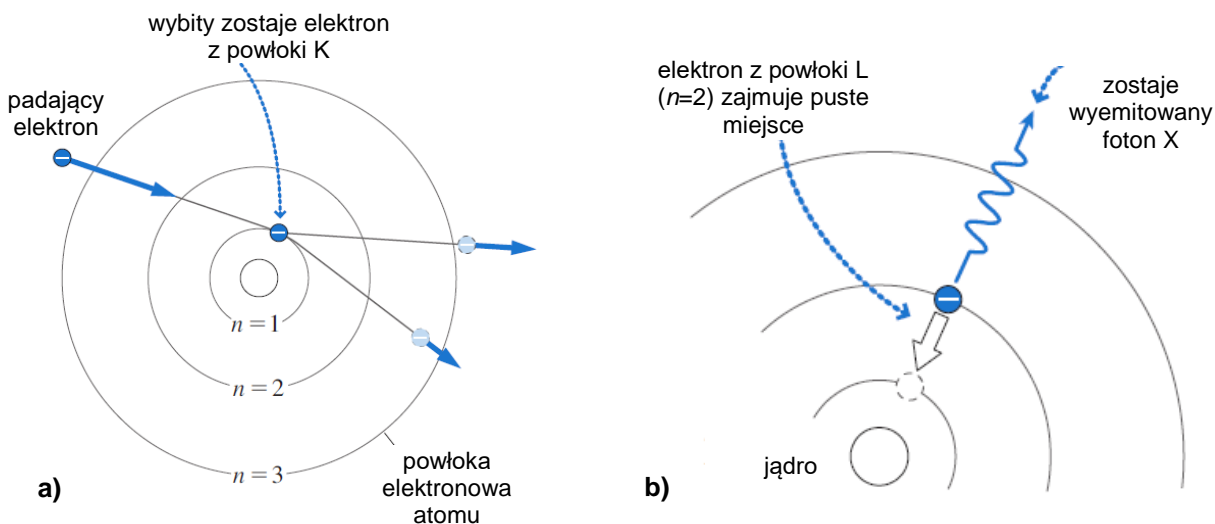
Istnienie krótkofalowej granicy promieniowania rentgenowskiego jest jednym z dowodów na to, że promieniowanie elektromagnetyczne można traktować jako strumień cząstek - fotonów. Podobnie jak poprzez absorpcję fotonu można zwiększyć energię elektronu w zjawisku fotoelektrycznym, to również odwrotnie, energię elektronu można zamienić na jeden lub więcej fotonów.

### 1.2 Widmo charakterystyczne

Jak zauważyliśmy wcześniej na Rys. 2 na tle ciągłego promieniowania X odznaczają się wyraźne maksima o dobrze określonej długości fali. Maksima te są wynikiem tzw. charakterystycznego promieniowania X a ich położenie zależy od rodzaju materiału, z którego została wytworzona anoda.

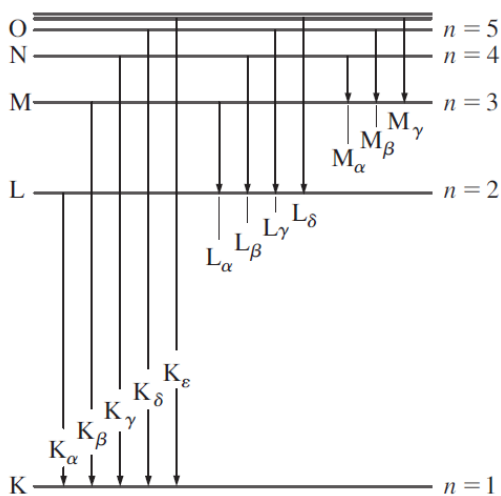
Proces powstawania charakterystycznego promieniowania X jest dwustopniowy. Najpierw elektron uwolniony z katody i któremu została nadana odpowiednio duża energia kinetyczna uderza w jeden z atomów anody wybijając jeden z elektronów atomu anody z jego powłoki (patrz Rys. 4a). W ten sposób pozostaje wolne miejsce na jednej z powłok elektronowych atomu anody – założmy tak jak to zaznaczono na Rys. 4, że wybity został elektron z powłoki K (odpowiada mu główna liczba kwantowa  $n = 1$ ). Taki stan nie może istnieć zbyt długo, więc drugim procesem jest uzupełnienie pustego miejsca poprzez elektron znajdujący się na jednej z

dalszych powłok (o numerach  $n > 1$ ). Załóżmy, że wolne miejsce zostało uzupełnione elektronem z powłoki L ( $n = 2$ ). Elektron przechodząc z powłoki L na powłokę K traci energię – zostaje więc wygenerowany foton o długości fali z zakresu promieniowania X (Rys. 4b). Energia tego fotonu odpowiada różnicy energii elektronu, którą miał na powłoce początkowej i końcowej. Ponieważ układ powłok i ich energie są charakterystyczne dla każdego atomu – wyemitowany foton jest także charakterystyczny dla danego atomu tworzącego anodę.

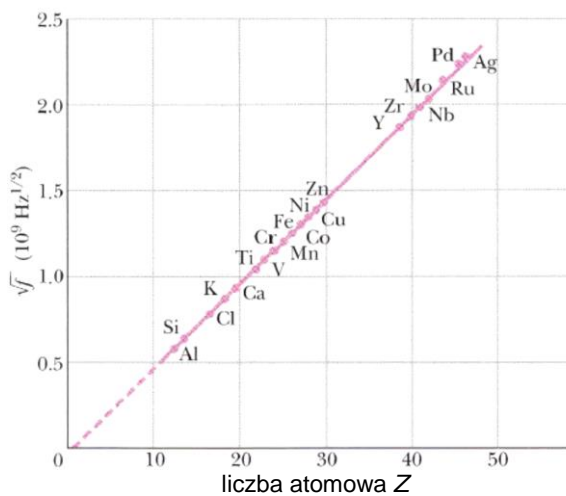


**Rys. 4 a)** Padający elektron wybija elektron z jednej z powłok atomowych, **b)** „puste” miejsce zostaje zapełnione poprzez elektron z wyższej powłoki – zostaje wyemitowany foton o długości fali z zakresu promieniowania X.

Analogiczne przeskoki można zaobserwować także pomiędzy innymi parami powłok elektronowych. Mamy więc możliwość zaobserwować wiele różnych przejść i zaobserwować fotony o różnych energiach (długościach fali). Historycznie powłoki  $n = 1, 2, 3, 4$  i  $5$  nazywa się K, L, M, N i O – patrz Rys. 5. Przejścia pomiędzy powłokami mają także swoje oznaczenia. I tak przejścia na poziom  $n = 1$  mają symbol K i wraz ze wzrostem energii numeruje się je małymi literami greckimi:  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$  itd. Czyli np. przejście z  $n = 2$  na  $n = 1$  oznaczamy  $K_{\alpha}$ , a z  $n = 3$  na  $n = 2 - L_{\alpha}$ .



**Rys. 5** Diagram poziomów energetycznych ilustrujący powstawanie linii charakterystycznych w promieniowaniu X.



**Rys. 6** Wykres  $\sqrt{f}(Z)$  dla linii  $K_{\alpha}$ .

W latach 1913 - 1914, fizyk H. Moseley (1887-1915) prowadził systematyczne badania nad charakterystycznym promieniowaniem X pochodzącym od różnych pierwiastków. Wynik, jaki otrzymał dla linii  $K_\alpha$  przedstawia Rys. 6. Otrzymana przez Moseleya zależność pomiędzy liczbą atomową pierwiastka  $Z$  a pierwiastkiem z częstości  $f$  (proporcjonalnej do energii) odpowiadającej linii  $K_\alpha$  dla danego pierwiastka jest liniowa. Liniową zależność  $\sqrt{f}(Z)$  tłumaczy teoria budowy atomu Bohra.

Energie stanów elektronu w atomie wodoru określa zależność:

$$E_n = -\frac{m e^2 (-e)^2}{8 \varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} \quad (2)$$

gdzie  $m$  - masa elektronu,  $\varepsilon_0$  - przenikalność elektryczna próżni. Ograniczmy się tylko do dwóch najbliższych jądra elektronów. Rozwijając powyższe równanie dla atomów wieloelektronowych zauważmy, że po wybiciu elektronu z  $n = 1$ , pozostały elektron widzi efektywny ładunek jądra  $(Z - 1)^2 e^2$  zamiast  $e^2$  (- $e$  w równaniu (2) oznacza ładunek pozostałego elektronu), gdzie  $Z$  określa liczbę atomową pierwiastka. Dostajemy więc:

$$E_n = -\frac{m e^4 (Z - 1)^2}{8 \varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -R_H h c (Z - 1)^2 \frac{1}{n^2} \quad (3)$$

gdzie  $R_H$  - stała Rydberga dla wodoru. Policzmy energię fotonu wytworzonego przy przeskoku elektronu z powłoki  $n = 2$  na powłokę  $n = 1$ :

$$hf = E_{n=2} - E_{n=1} = R_H h c (Z - 1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R_H h c (Z - 1)^2 \quad (4)$$

czyli  $f = \frac{3}{4} R_H c (Z - 1)^2$  i po pierwiastkowaniu dostajemy:

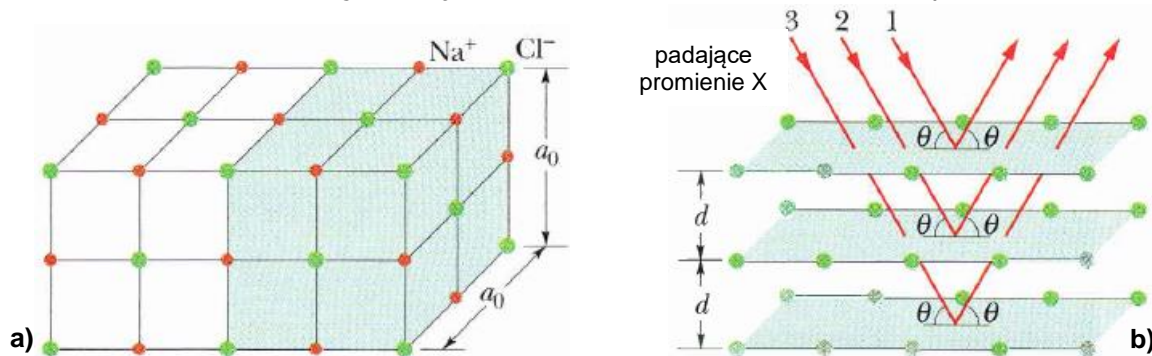
$$\sqrt{f} = \frac{\sqrt{3 R_H c}}{2} (Z - 1) \quad (5)$$

jest to równanie linii prostej.

### 1.3 Dyfrakcja promieniowania X

Do rozdzielenia dwóch linii o różnych długościach fali z zakresu promieniowania rentgenowskiego nie można korzystać ze zwykłej optycznej siatki dyfrakcyjnej. Taka siatka byłaby skuteczna tylko wtedy, gdyby stała siatki była porównywalna z długością fali promieniowania X - mechanicznie nie jesteśmy w stanie wytworzyć takich siatek.

W 1912 r. fizyk niemiecki Max von Laue uświadomił sobie, że krystaliczne ciała stałe, które składają się z uporządkowanych szeregów atomów, mogłyby stanowić naturalną trójwymiarową „siatkę dyfrakcyjną” dla promieniowania rentgenowskiego. Analiza polichromatycznego promieniowania X możliwa jest więc możliwa z zastosowaniem monokryształu.



Rys. 7 a) Rozmieszczenie jonów sodu i chloru w kryształach NaCl, b) dyfrakcja promieni X na równoległych płaszczyznach atomowych.

Kiedy wiązka promieni rentgenowskich wchodzi do kryształu, takiego jak np. kryształ NaCl (Rys. 7a), promienie są rozpraszane we wszystkich kierunkach przez kryształ. W niektórych kierunkach interferencja rozproszonych fal promieniowania rentgenowskiego jest destruktywna, co prowadzi do minimów natężenia, a w innych kierunkach jest ona konstruktywna, co prowadzi do maksimów natężenia. Choć proces dyfrakcji promieniowania rentgenowskiego na kryształach jest procesem skomplikowanym, to jednak okazuje się, że maksima natężenia powstają w takich kierunkach, jak gdyby promieniowanie rentgenowskie było odbijane od rodziny równoległych płaszczyzn odbijających (płaszczyzn sieciowych) zawartych w regularnie uporządkowanych atomach kryształu (Rys. 7b). Taką wirtualną płaszczyznę (sieciową) tworzą atomy kryształu, dla których możemy znaleźć wspólną (matematyczną) płaszczyznę.

Na rysunku 7b pokazano odbicie od sąsiednich płaszczyzn. Padające na kryształ fale promieniowania rentgenowskiego, reprezentowane przez promienie 1, 2 i 3 mają zgodne fazy – w przeciwnym przypadku nie będzie możliwa interferencja tych promieni. Różnica faz między falami, reprezentowanymi przez promienie 1, 2 i 3, jest zatem po wyjściu z kryształu określona wyłącznie przez różnicę przebytych przez nie dróg. Żeby te promienie miały zgodne fazy, różnica dróg musi być równa całkowitej wielokrotności długości fali  $\lambda$ . Z prostych rozważań trygonometrycznych znajdziemy, że różnica dróg jest równa  $2d \sin \vartheta$ . Warunek określający występowanie maksimów natężenia dla dyfrakcji promieniowania rentgenowskiego określa prawo Bragga:

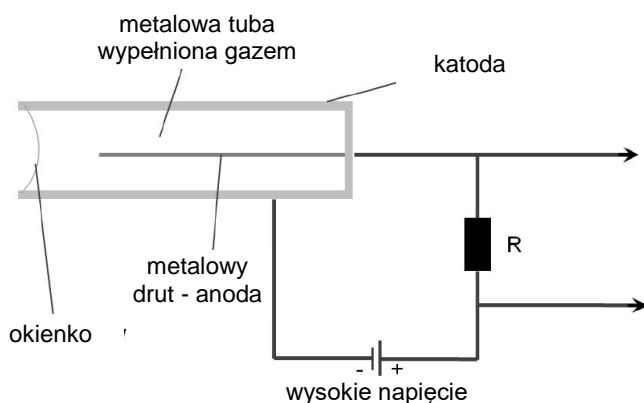
$$2d \sin \vartheta = m \lambda \quad (6)$$

gdzie  $m = 1, 2, 3 \dots$  jest liczbą naturalną,  $d$  – odległością między płaszczyznami atomowymi.

Dyfrakcja promieniowania rentgenowskiego jest narzędziem umożliwiającym badanie zarówno widm promieniowania rentgenowskiego, jak i rozmieszczenia atomów w strukturach krystalicznych. Do badania widm wybiera się określony zespół płaszczyzn sieciowych o znanej odległości międzypłaszczyznowej. Używając detektora rozróżniającego kąty (na przykład licznika Geigera-Müllera zamocowanego na goniometrze), można wyznaczyć długości fali promieniowania zbieranego przez detektor. Kryształy mogą być badane przy użyciu monochromatycznego promieniowania rentgenowskiego, co np. wyznaczanie odległości międzypłaszczyznowych dla różnych płaszczyzn kryształu.

#### 1.4 Licznik Geigera-Müllera

Jest to urządzenie opracowane przez H. Geigera i W. Müllera w 1928 roku, służące do detekcji wysokoenergetycznego promieniowania. Zbudowany jest z rury metalowej (z aluminium) – Rys. 8, która stanowi elektrodę ujemną – katodę. Przez środek rury katody przebiega cienki drut stanowiący elektrodę dodatnią. Rura wypełniona jest mieszaniną gazów: ok. 90 % gazu szlachetnego (np. argonu) i ok. 10 % par alkoholu.



Rys. 8 Schemat licznika G-M.

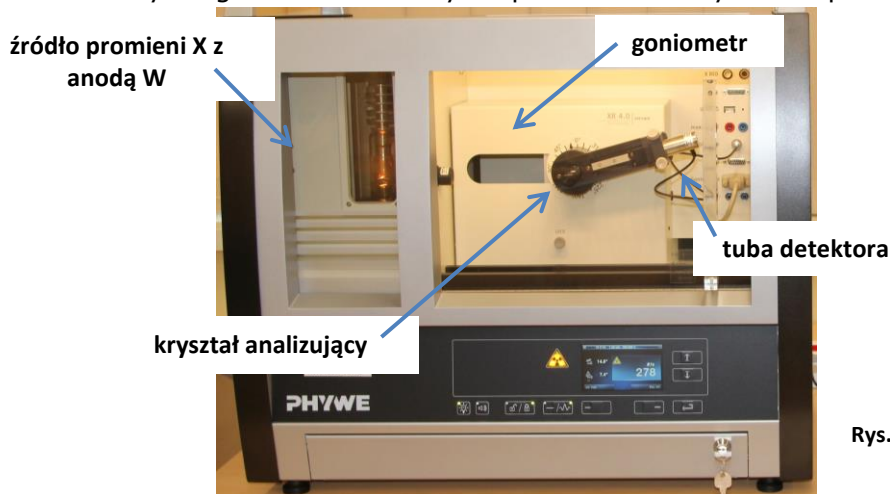
Kiedy promieniowanie X wpada do tuby jonizuje cząsteczki gazu wytwarzając dodatnio naładowane jony i swobodne elektrony. Poprzez przyłożone napięcie elektrony przyspieszane są

w kierunku dodatnio spolaryzowanego drutu po drodze zyskując wystarczającą energię do jonizacji kolejnych cząsteczek gazu – zwielfokrotniając liczbę elektronów docierających do anody (drutu). Powoduje to przepływ prądu pomiędzy licznikiem (drutem) a tubą. Z wykorzystaniem opornika  $R$  można zamienić prąd na sygnał napięciowy. Sygnał napięciowy jest elektronicznie wzmacniany.

## 2 Zasada pomiaru

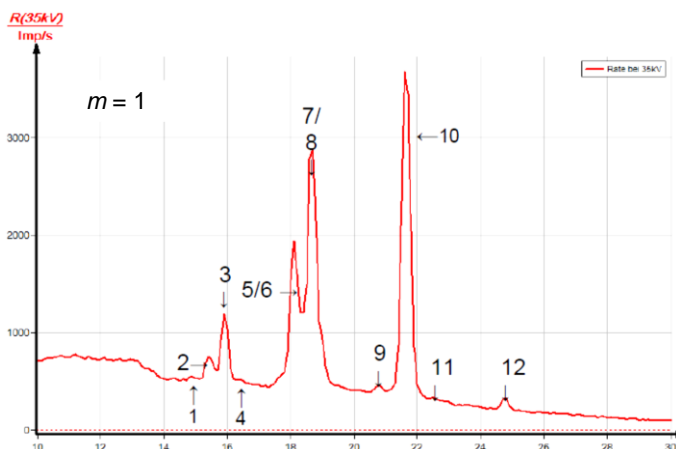
### 2.1 Wyznaczanie energii charakterystycznych promieniowania X wolframu

Pomiarów dokonujemy z wykorzystaniem aparatu rentgenowskiego (Rys. 9). Źródłem promieniowania X jest anoda wykonana z wolframu (W, liczba atomowa  $Z = 74$ ). Promieniowanie X jest analizowane z pomocą kryształu fluorku litu (LiF). Licznik Geigera-Müllera zamocowany na goniometrze służy do pomiaru intensywności promieniowania X.



Rys. 9 Aparat RTG.

Polichromatyczne promieniowanie X wytwarzane w lampie rentgenowskiej skierowane jest przez niewielką przysłonę do komory pomiarowej. W komorze pomiarowej promienie X padają na kryształ analizujący umieszczony w goniometrze. W goniometrze zamocowany jest także detektor - licznik Geigera-Müllera. Analizator „wybiera” z wiązki tylko promieniowanie spełniające warunek Bragga (6), które zostaje skierowane na detektor. Pomiar polega na zmierzeniu zależności intensywności promieniowania X od kąta pod jakim promienie X padają na kryształ analizujący w wybranym zakresie zmian kąta  $\vartheta$  – Rys. 10.



Rys. 10 Przykładowe widmo promieniowania X wolframu w obszarze  $m = 1$  rzędu dyfrakcji. Strzałkami oznaczono maksima odpowiadające energiom charakterystycznym.

Studenci odczytują wartości kątów  $\vartheta$  odpowiadających kilku maksimom w zmierzonym widmie. Energie odpowiadające wybranym maksimom wyliczamy z wyrażenie uzyskanego po przekształceniu wzoru Bragga (6):

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{m h c}{2d \sin \vartheta} \quad (7)$$

gdzie:  $m$  – rząd dyfrakcji,

$h$  – stała Plancka ( $h = 6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$ ),

$c$  – prędkość światła ( $c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ),

$d$  – stała sieci kryształu LiF ( $d = 2,014 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ ).

## 2.2 Wyznaczanie stałej sieci kryształu LiF

Po odczytaniu wartości kątów  $\vartheta$  odpowiadających kilku maksimum w zmierzonym widmie należy zidentyfikować rozważane przejścia optyczne i wykorzystując wartości tablicowe energii przejść, korzystając ze wzoru:

$$d = \frac{m h c}{2E \sin \vartheta} \quad (8)$$

można wyznaczyć stałą sieci  $d$  kryształu LiF w kierunku (100).

## 3 Literatura uzupełniająca

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, **Podstawy fizyki**, Tom V, rozdz. 41 oraz Tom IV, rozdz. 37.9.

## 4 Pytania

1. Jak można uzyskać promieniowanie rentgenowskie?
2. Jak powstaje promieniowanie hamowania?
3. O czym świadczy krótkofalowa granica promieniowania hamowania?
4. Co to jest i jak powstaje widmo charakterystyczne X?
5. Jakie badania prowadził Mosley i do jakich wniosków doszedł?
6. Dlaczego do dyfrakcji promieni X używa się kryształów?
7. Czego dotyczy prawo Bragga?
8. Jak jest zbudowany i jak działa licznik G-M?

**Autor**

dr Piotr Sitarek

### 5 Dodatek – diagram przejść elektronowych w wolframie

