



**ĆWICZENIE
107**

**WYZNACZANIE STAŁEJ PLANCKA NA
PODSTAWIE PRAWA PLANCKA
PROMIENIOWANIA CIAŁA DOSKONALE
CZARNEGO**

Cel ćwiczenia: pomiary zdolności emisyjnej ciała jako funkcji jego temperatury, wyznaczenie stałej Plancka.

Zagadnienia: zdolność emisyjna, współczynnik absorpcji, prawa promieniowania cieplnego: Kirchhoffa, Wiena, Rayleigha-Jeansa, Stefana-Boltzmana oraz prawo Plancka; kwantowanie energii, stała Plancka.

1 Wprowadzenie

1.1 Stała Plancka

Stała Plancka h jest uniwersalną fundamentalną stałą przyrody. Występuje ona we wzorach mechaniki kwantowej, opisującej zachowanie się obiektów mikroświata (cząstek elementarnych, atomów, cząsteczek). Stała Plancka ma wymiar działania (działanie = energia * czas). Jej wartość, rzędu $10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ jest znikomo mała w porównaniu z działaniami, z jakimi mamy do czynienia w przypadku obiektów makroskopowych. Dla porównania rozważmy wahadło matematyczne utworzone z kulki o masie $m = 1 \text{ g}$, zawieszony na nici o długości, $l = 25 \text{ cm}$, wykonujące drgania o amplitudzie $A = 1 \text{ cm}$. Okres drgań tego wahadła $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ wynosi około 1 s, a energia drgań $E = \frac{mg}{2l} A^2 \text{ J}$, gdzie g – przyspieszenie ziemskie. Utwórzmy wielkość o wymiarze działania równą $E \cdot T$ jej wartość jest rzędu $10^{-6} \text{ J} \cdot \text{s}$, a więc $E \cdot T \gg h$. Mała wartość liczbowa stałej Plancka sprawia, że zjawiska kwantowe nie są obserwowane w życiu codziennym i zachowanie się ciał makroskopowych, (tj. dużych w porównaniu z pojedynczym atomem) dobrze opisuje fizyka klasyczna. Za datę narodzin mechaniki kwantowej przyjmuje się dzień 14 grudnia 1900 roku tj. dzień, w którym Planck na posiedzeniu Niemieckiego Towarzystwa Fizycznego zreferował swój wywód wzoru opisującego rozkład widmowy zrównoważonego promieniowania cieplnego ciała doskonale czarnego, dobrze zgadzającego się ze znanymi wcześniej wynikami pomiarów.

1.2. Promieniowanie cieplne

Promieniowanie cieplne jest to promieniowanie elektromagnetyczne powstające kosztem energii ruchu cieplnego. Poprzez promieniowanie cieplne każde ciało wymienia energię ze swoim otoczeniem. Jeśli w jednostce czasu ciało wypromieniowuje do otoczenia więcej energii niż pochłania z otoczenia - jego temperatura maleje, jeśli natomiast mniej wypromieniowuje niż pochłania - jego temperatura wzrasta. Jeśli temperatura ciała i otoczenia są jednakowe, moc

wypromieniowana jest równa mocy pochłanianej i ciało jest w równowadze termodynamicznej ze swoim otoczeniem. Mówimy wówczas o promieniowaniu zrównoważonym.

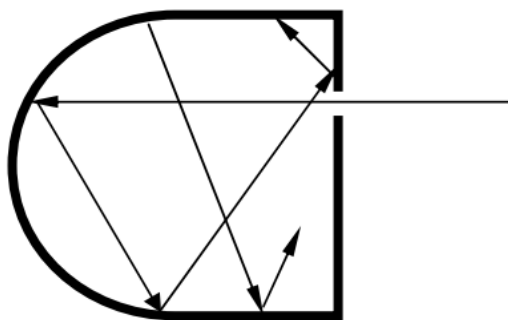
W celu scharakteryzowania zdolności ciała do emitowania promieniowania wprowadza się wielkość $M(\lambda, T)$ nazywaną **zdolnością emisyjną** zdefiniowaną wzorem:

$$M(\lambda, T) = \frac{d\phi_{\lambda T}}{dS \cdot d\lambda} \quad (1)$$

$\phi_{\lambda, T}$ - oznacza strumień energii promieniowania z elementu dS powierzchni ciała, przypadającą na wąski przedział długości fal $d\lambda$, zawierający falę o długości λ .

Dla scharakteryzowania zdolności ciała do absorbowania promieniowania wprowadza się pojęcie **widmowego współczynnika absorpcji** $A(\lambda, T)$ - jest to stosunek mocy promieniowania z wąskiego przedziału długości fal zawierającego długość fali λ zaabsorbowanej przez ciało do mocy promieniowania padającego, przypadającej na ten sam przedział długości fal. Wielkość ta na ogół zależy od długości fali λ i od temperatury ciała T . Ciało, którego widmowy współczynnik absorpcji nie zależy od długości fali nazywane jest ciałem szarym, jeśli $A < 1$, zaś ciałem doskonale czarnym (CDC), jeśli $A = 1$ tj. jeśli całe promieniowanie padające na ciało, bez względu na długość fali, jest przez to ciało absorbowane. W przyrodzie nie ma ciał doskonale czarnych. Są ciała, jak np. sadza, które absorbują niemal całkowicie padające na nie promieniowanie widzialne, lecz w innym zakresie długości fal, np. w podczerwieni, ich widmowy współczynnik absorpcji jest znacznie mniejszy od jedności.

Dobrym modelem CDC jest mały otworek w dużej nieprzezroczystej osłonie wnęki o powierzchni wewnętrznej częściowo pochłaniającej promieniowanie. Zewnętrzne promieniowanie, które przez otworek wpadnie do wnęki zostaje w niej, w wyniku wielokrotnych odbić, praktycznie całkowicie pochłonięte (patrz rys. 1).



Rys. 1. Model ciała doskonale czarnego (CDC)

Na podstawie wyników pomiarów oraz rozważań termodynamicznych **Kirchhoff odkrył prawo**, iż stosunek zdolności emisyjnej do zdolności absorpcyjnej jest dla wszystkich ciał jednakową (uniwersalną) funkcją długości fali i temperatury $F(\lambda, T)$.

$$F(\lambda, T) = \frac{M(\lambda, T)}{A(\lambda, T)} \quad (2)$$

Ponieważ dla CDC z definicji **współczynnik absorpcji** $A(\lambda, T) = 1$, więc uniwersalna funkcja Kirchhoffa $F(\lambda, T)$ jest zdolnością emisyjną ciała doskonale czarnego.

$$M_{cz} = \frac{M(\lambda, T)}{A(\lambda, T)} \quad (3)$$

Zatem widmowa zdolność emisyjna CDC opisuje właściwości promieniowania termicznego niezależnie od indywidualnych właściwości różnorodnych rzeczywistych ciał. CDC można więc uznać za wzorcowe źródło promieniowania. Z tego powodu pod koniec XIX wieku przeprowadzono bardzo staranne pomiary widma promieniowania modelu ciała doskonale czarnego tj. zależności od długości fali – zdolności emisyjnej promieniowania wychodzącego przez mały otworek we wnęce, której ścianki były utrzymywane w stałej temperaturze.

Prawo Rayleigha-Jeansa – określające rozkład promieniowania ciała doskonale czarnego, zostało zaproponowane przez angielskiego fizyka Johna Rayleigha, oraz matematyka i astronoma Jamesa Jeansa. Prawo to obecnie pełni jedynie rolę historyczną, gdyż założenie rozkładu promieniowania CDC zależnego od czwartej potęgi długości fali $M_{cz} \sim \frac{1}{\lambda^4}$ działa jedynie dla fal długich a jest całkowicie błędne dla fal krótkich, np. w zakresie ultrafioletu.

Teoretyczne uzasadnienie otrzymanych doświadczalnie zależności $M_{cz}(\lambda, T)$ otrzymał Planck przyjmując założenie, że oscylator o częstotliwości ν może pochłaniać lub tracić energię tylko ściśle określonymi porcjami (**kwantami**) równymi $h\nu$, gdzie h oznacza stałą, nazwaną później stałą Plancka. Zgodnie z **postulatem Plancka**, energia oscylatora może być równa jedynie całkowitej wielokrotności $h\nu$:

$$E_n = nh\nu, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Wzór otrzymany przez Plancka przy założeniu kwantowania energii ma postać:

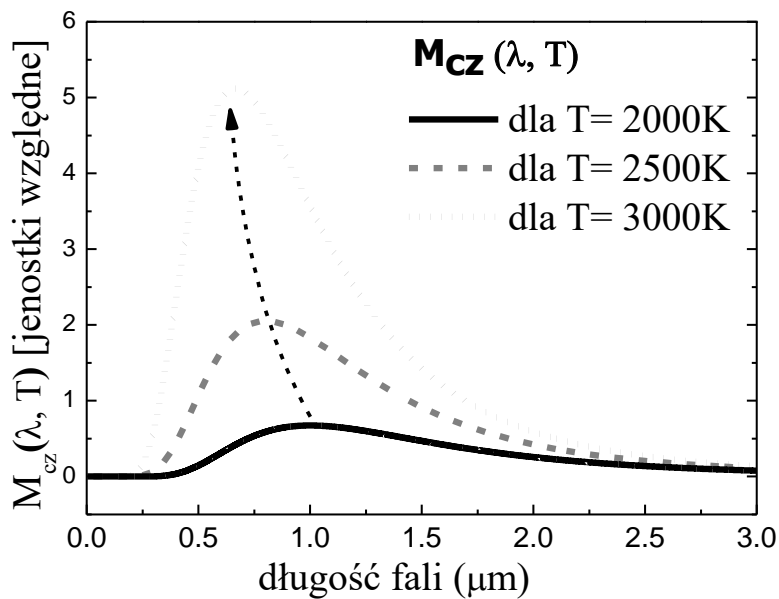
$$M_{cz}(\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} * \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1} \quad (5)$$

gdzie: $\lambda = \frac{c}{\nu}$, c - prędkość fali elektromagnetycznej w próżni, k - stała Boltzmana ($k = 1.38 * 10^{-23}$ J/K), T - temperatura w skali Kelvina.

Jeżeli spełniony będzie warunek $\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) \gg 1$, wówczas jedynkę w mianowniku wzoru Plancka można pominąć. Uproszczony wzór (**wzór Wiena**) ma wówczas postać:

$$M_{cz}(\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} * \exp\left(-\frac{hc}{\lambda kT}\right) \quad (6)$$

Na rys. 2. pokazano zależność $M_{cz}(\lambda, T)$ dla trzech wybranych temperatur. Można zauważyć, iż wraz ze wzrostem temperatury maksimum funkcji przesuwa się w stronę fal krótkich (zilustrowano przy pomocy strzałki). Ten wniosek definiuje tak zwane **prawo przesunięć Wiena**, które można uznać za interpretację omówionego wzoru Wiena (wzór 6).



Rys. 2. Rozkład widmowy CDC dla trzech różnych temperatur.

Dodatkowo należy zwrócić uwagę na fakt zmiany intensywności funkcji $M_{cz}(\lambda, T)$ przy zmianie temperatury. Tu należy przytoczyć **prawo Stefan-Boltzmana**, które mówi, że strumień energii (patrz wzór 1) wypromieniowany z jednostki powierzchni jest proporcjonalny do czwartej potęgi temperatury tego ciała: $\phi = \sigma * T^4$, gdzie σ to tzw. stała Stefana-Boltzmana.

Kontynuując przekształcenia wzoru Wiena, dla $\lambda = \text{const}$, po obustronnym zlogarytmowaniu otrzymujemy:

$$\ln(M_{cz}(\lambda)) = a - b * \frac{1}{T} \quad (7)$$

gdzie:

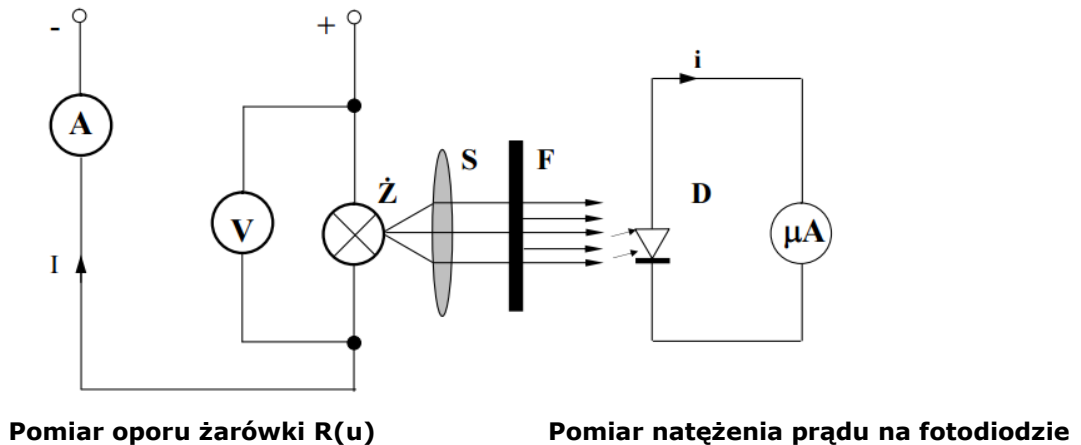
$$b = \frac{hc}{k\lambda} \quad (8)$$

$$a = \ln\left(\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\right) = \text{const} \quad (9)$$

Wykreślając $\ln M_{cz}(\lambda, T) = f(1/T)$ można wyznaczyć b a następnie ze wzoru (8) stałą h . Jak wynika z powyższej dyskusji, pomiar zdolności emisyjnej CDC przeprowadzony przy $\lambda = \text{const}$, w funkcji temperatury T , w takim zakresie temperatur i długości fal, w którym spełniony jest warunek $\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) \gg 1$, pozwala na wyznaczenie stałej Plancka h .

2 Zasada pomiaru i układ pomiarowy

Schemat układu pomiarowego przedstawiony jest na rys. 3. Ciałem emitującym promieniowanie ciepłe jest włókno wolframowe żarówki, znajdującej się w osłonie. Temperaturę włókna można zmieniać poprzez zmianę mocy prądu elektrycznego przepływającego przez włókno. Temperaturę włókna żarówki wyznacza się pośrednio poprzez pomiar jego oporu.



Rys. 3. Schemat układu pomiarowego

Promieniowanie po przejściu przez soczewkę S , znajdującą się wewnątrz obudowy, tworzy wiązkę prawie równoległą, która pada prostopadłe na filtr interferencyjny F przepuszczający promieniowanie o znanych długościach fal zawartych w wąskim przedziale od λ do $\lambda + \Delta\lambda$. Taka wiązka pada na fotodiodę, gdzie za pomocą nanowoltomierz mierzona jest wartość generowanego fotoprądu.

3 Zadania do wykonania

A) Pomiary:

W celu wyznaczenia stałej Plancka przy pomocy wzoru Wiena (6), konieczne jest wyznaczenie zdolności emisyjnej CDC $M_{cz}(\lambda, T)$ w funkcji jego temperatury przy stałej długości fali λ . Jak pokazuje doświadczenie, żarówkę można w przybliżeniu traktować, jako model CDC.

- Długość fali wybiera się kierując światło z żarówki na odpowiedni filtr selektywny.
- Zdolność emisyjną mierzy się pośrednio przy pomocy fotodiody. Po oświetleniu quasi monochromatycznym (po przejściu przez filtr) światłem pochodzącym z żarówki, fotodioda staje się źródłem prądowym - amperomierz podłączony do fotodiody mierzy wielkość tego fotoprądu (można pokazać, że wielkość generowanego fotoprądu jest proporcjonalnego do zdolności emisyjnej ciała, $i \sim M_{cz}(\lambda, T)$).
- Temperaturę włókna żarówki wyznacza się pośrednio poprzez pomiar jej oporu. W tym celu należy zmierzyć napięcie U między końcami żarówki i natężenie I prądu płynącego przez żarówkę, policzyć jej opór a następnie posłużyć się wykresem zależności oporu włókna żarówki od temperatury.
- W celu zwiększenia dokładności wyznaczenia stałej Plancka pomiary powtarza się dla trzech wybranych filtrów selektywnych.

B) Opracowanie wyników:

1. Obliczyć zależność oporu elektrycznego włókna żarówki od napięcia, $R(U) = \frac{U}{I}$
 2. Na podstawie wykresu zależności R od temperatury T włókna badanej żarówki wyznaczyć temperatury, przy których odczytywano wartości natężenia i prądu detektora.
 3. Narysować wykres $\ln i = f(1/T)$, gdzie T - temperatura wyrażona w K.
 4. Znaleźć współczynnik kierunkowy prostej - jest to współczynnik b ze wzoru (7). Można posłużyć się metodą regresji liniowej.
 5. Wstawiając do wzoru (8) wartość λ oraz wyznaczoną z wykresu wartość $-b$ obliczyć h
 6. Otrzymany wynik porównać z wartościami podanymi w tablicach wielkości fizycznych.
 7. Sprawdzić podstawiając do wzoru, czy uzasadnione było założenie, że $\exp(hc/\lambda kT) \gg 1$
- Szczegółowa instrukcja wykonania ćwiczenia oraz opracowania wyników została przedstawiona w instrukcji wykonawczej ćwiczenia.**

4 Pytania:

1. Jakie ma znaczenie stała Plancka w fizyce?
2. Co to jest promieniowanie cieplne? Co jest źródłem tego promieniowania?
3. Zdefiniować pojęcia zdolności emisyjnej ciała i współczynnika absorpcji.
4. Definicja ciała doskonale czarnego. Podać przykłady ciał, które są dobrym przybliżeniem ciała doskonale czarnego.
5. Zinterpretować krzywe widmowe zdolności emisyjnej ciała doskonale czarnego w funkcji długości fali dla różnych temperatur.
6. Omówić wzór Plancka. Przy jakich założeniach Planck otrzymał ten wzór?
7. Kiedy spełniony będzie warunek $\exp(hc/\lambda kT) \gg 1$
8. Na czym polega pomiar stałej Plancka? Przedstawić schemat układu pomiarowego.
9. Podać sposób wyznaczenia temperatury włókna żarówki.

opracowali Marcin Motyka, Ewa Płaczek-Popko